陳腐化商品の在庫管理
―最適発注量と割引率―

2008MI062 幾世隼介　2009SE074 伊野良健

指導教員：澤木勝茂

1　はじめに

本論文では，研究の対象として，コンビニエンスストアにおける弁当に着目した．コンビニエンスストアは，人々にとって身近な小売店であり，24 時間営業でもあることから，多くの人に利用されている．店頭に陳列されている陳腐化商品の在庫管理は，需要と供給のバランスを常に考慮し，商品の在庫を保つことが重要である．経営者にとってこの問題は，利益の影響に繋がることもあり，困難な問題である．

本論文では，まず，経営者が最適な在庫管理を行うために，機会損失費用や過剰在庫により廃棄の対象となる商品を最小限まで減らし，利益最大化に導く最適発注方法の決定，またスタッフが賞味期限の切れた弁当を売値から割引をして購入する場合，利益への影響を比較する．最適な販売方法を決定することで，利益最大化，コスト最小化の観点から経済発注量を考察する．

2　累積度数分布表

過去 1 カ月分の販売データを使用し，累積度数分布表を作成した．今回，弁当の発注は 5 個を 1 ロット (※単位) として発注するとし，過去 1 カ月分の動向も，5 個を 1 ロットとして統計を取ったものである．弁当は 1 ロット (5 個) 売れると，a 円の利益が発生するが，逆に 1 ロット売れ残ると廃棄されるので，原価 b 円の損失が発生する．y=0 〜8 のときのみ関係しており，y=0 と y=9 以上のときは $p(y)$=0 と解釈する．これらを基に，需要分布 $p(y)$ としてモデルの数値計算に利用する．

表 1　累積度数分布表

	販売数	日数	割合	累積	p(y)
0	10〜14	0	0	0	0
1	15〜19	1	0.032258	0.032258	0.032258
2	20〜24	4	0.129032	0.16129	0.129032
3	25〜29	5	0.16129	0.322581	0.16129
4	30〜34	9	0.290323	0.612903	0.290323
5	35〜39	5	0.16129	0.774194	0.16129
6	40〜44	3	0.096774	0.870968	0.096774
7	45〜49	3	0.096774	0.967742	0.096774
8	50〜54	1	0.032258	1	0.032258

3　モデル 1 (基礎モデル)

新聞売り子問題を用いて，利益最大化，コスト最小化の面から 1 日の経済発注量を考察する．

3.1　記号の定義

a:弁当 1 ロットあたりの利益

b:弁当 1 ロットあたりの原価

c:機会損失費用

x:発注量

y:需要量

$e(x,y)$:(発注量 x, 需要量 y のときの) 利益

$t(x,y)$:(発注量 x, 需要量 y のときの) コスト

$E(x)$:期待利益

$T(x)$:期待コスト

$p(y)$:需要確率

3.2　利益最大化モデル

弁当が売れると a 円の利益，弁当が売れ残ったら b 円の損失となる．発注数よりも需要数が多く，品切れとなってしまったため客が弁当を買わずに店を出て行ったときの損失 (機会損失費用)c 円を考慮し，発注を何個すれば利益が最大になるのか，[1] の文献を参照し，基礎モデルから利益最大化を考察する．機会損失費用の概要は文献 [2] を参照．

3.2.1　定式化

利益 $e(x,y)$ は,

$$e(x,y) = \begin{cases} ay - b(x-y) & x \geq y \\ ax - c(y-x) & x \leq y \end{cases} \tag{1}$$

と与えられる. 期待利益 $E(x)$ は,

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{y=0}^{x-1}\{ay - b(x-y)\}p(y) \\ &\qquad + \sum_{y=x}^{\infty}\{ax - c(y-x)\}p(y) \\ &= \sum_{y=0}^{x}\{ay - b(x-y)\}p(y) \\ &\qquad + \sum_{y=x+1}^{\infty}\{ax - c(y-x)\}p(y) \end{aligned} \tag{2}$$

となる．よって，経済発注量 x_{opt} は,

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{a+c}{a+b+c} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{a+c}{a+b+c} \end{cases} \tag{3}$$

となる.

3.2.2 数値計算

利益，原価に関して，それぞれ a=1250，b=600，機会損失費用は，c=500，1000，1500 と変化させ，数値を (3) の式に代入して計算を行う．それぞれの計算結果は，0.744680851，0.789473684，0.820895522 となる．この結果から，経済発注量はそれぞれ x_{opt}=5，6，6 となり，期待利益 $E[x]$=3967.742, 3817.742, 3737.097 となる．このことから c の値が増加するほど経済発注量は増加し，期待利益は減少していくことがわかる．また，数値計算結果を表 2 に示す.

表 2 利益最大化モデルの期待利益

	500	1000	1500
0	−2129.03	−4258.06	−6387.1
1	−379.032	−2008.06	−3637.1
2	1295.161	150	−995.161
3	2666.129	1940.323	1214.516
4	3658.065	3270.968	2883.871
5	3967.742	3774.194	3580.645
6	3898.387	3817.742	3737.097
7	3601.613	3585.484	3569.355
8	3077.419	3077.419	3077.419

3.3 コスト最小化モデル

モデル 1 では，弁当の仕入れ原価を b 円，機会損失費用 c 円とする 2 つを考慮し，発注を何個すれば，コストを最小化できるのかを [1] の文献を参照に，基礎モデルからコスト最小化を考察する.

3.3.1 定式化

コスト $t(x, y)$ は,

$$t(x,y) = \begin{cases} bx & x \geq y \\ bx + c(y-x) & x \leq y \end{cases} \tag{4}$$

と与えられる．期待コスト $T(x)$ は,

$$\begin{aligned} T(x) &= \sum_{y=0}^{x-1} bxp(y) + \sum_{y=x}^{\infty} \{bx + c(y-x)\}p(y) \\ &= \sum_{y=0}^{x} bxp(y) + \sum_{y=x+1}^{\infty} \{bx + c(y-x)\}p(y) \end{aligned} \tag{5}$$

となる．よって，経済発注量 x_{opt} は,

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{c-b}{c} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{c-b}{c} \end{cases} \tag{6}$$

となる.

3.3.2 数値計算

原価は b=600, 機会損失費用に関しては，c=500，1000，1500 と変化させ，数値を (6) の式に代入して計算を行う．それぞれの計算結果は，-0.2，0.4，0.6 となる．経済発注量はそれぞれ，x_{opt}=0，4，4 となり，期待コストはそれぞれ $T[x]$=2129.032，3174.194，3561.29 となる．c=500 のとき，機会損失費用が原価よりも低いため，発注しないことが期待コストを最も減らすこととなる．よって，x_{opt}=0 という値が出た．また，数値計算の結果から，c の値が増加するほど，経済発注量も増加し，期待コストも増加していくことがわかる．また，数値計算結果を表 3 に示す.

表 3 コスト最小化モデルの期待コスト

	500	1000	1500
0	2129.032	4258.065	6387.097
1	2229.032	3858.065	5487.097
2	2345.161	3490.323	4635.484
3	2525.806	3251.613	3977.419
4	2787.097	3174.194	3561.29
5	3193.548	3387.097	3580.645
6	3680.645	3761.29	3841.935
7	4216.129	4232.258	4248.387
8	4800	4800	4800

3.4 考察

モデル 1 では，割引販売を考慮しないモデルとして，機会損失の変動による経済発注量を求め，利益最大化の面，コスト最小化の面からそれぞれ期待利益の最大化や期待コストの最小化を図った．この 2 つの結果を基に，利益とコストの比較を行う．今回，機会損失は c=1000 と仮定し，発注量をそれぞれ x=4，5，6 と変化させ比較する. 発注量 x=4 の場合, 期待利益は 3817.742, 期待コストは 3761.29, 発注量 x=5 の場合，期待利益は 3774.194，期待コストは 3387.097，発注量 x=6 の場合，期待利益は 3270.098，期待コストは 3174.194 という結果となり，この結果から 2 つのモデルを考慮すると経済発注量は x_{opt}=5 が最適であることが言えた．また，図 1 は 2 つのモデルの比較をグラフで表した.

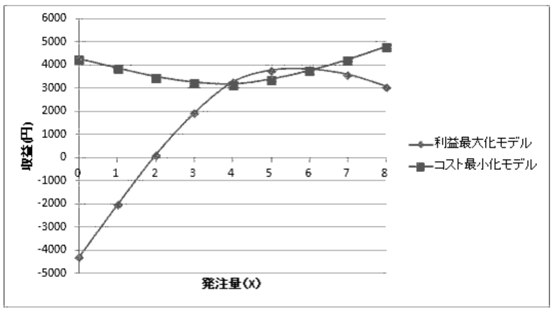

図 1 期待利益と期待コストのグラフ c=1000

4 モデル 2 (割引モデル)

モデル 2 では，過剰在庫により弁当が売れ残った時に，在庫をスタッフに割引販売する場合を考慮したモデルをモデル 1 と比較して，期待利益がどう影響されるかを求める.

4.1 記号の定義

a:弁当 1 ロットあたりの利益
b:弁当 1 ロットあたりの原価
c:機会損失費用
x:発注量
y:需要量
$e(x,y)$:(発注量 x, 需要量 y のときの) 利益
$t(x,y)$:(発注量 x, 需要量 y のときの) コスト
$E(x)$:期待利益
$T(x)$:期待コスト
$p(y)$:需要確率
n:スタッフが買う数（ロット）
$(0 \leq n \leq 4)$
β:割引率
$(0.4 \leq \beta \leq 0.7)$

4.2 利益最大化モデル

モデル 2 では，スタッフへの割引販売を考慮したモデルをモデル 1 と比較し，期待利益がどのように変わるか求める．

4.2.1 定式化

利益は $e(x,y)$ は,

$$e(x,y) = \begin{cases} ay + n\{\beta(a+b) - b\} \\ \qquad -b\{(x-y) - n\} \\ \qquad\qquad x \geq y \ \ x - y \geq n \\ ay + (x-y)\{\beta(a+b) - b\} \\ \quad -\{n - (x-y)\}\{\beta(a+b) - b\} \\ \qquad\qquad x \geq y \ \ x - y \leq n \\ ax - c(y-x) - n\{\beta(a+b) - b\} \\ \qquad\qquad x \leq y \end{cases} \tag{7}$$

と与えられる．期待利益 $E(x)$ は,

$$\begin{aligned} E(x) = &\sum_{y=0}^{x-n}[ay + n\{\beta(a+b) - b)\} \\ &\qquad -b\{(x-y) - n\}]p(y) \\ &+ \sum_{y=x-n+1}^{x}[ay + (x-y)\{\beta(a+b) - b\} \\ &\qquad -\{n - (x-y)\}\{\beta(a+b) - b\}]p(y) \\ &+ \sum_{y=x+1}^{\infty}[ax - c(y-x) - n\{\beta(a+b) - b\}]p(y) \end{aligned} \tag{8}$$

となる．よって，経済発注量 x_{opt} は,

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{a+c}{a+b+c} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{a+c}{a+b+c} \end{cases} \tag{9}$$

となる．

4.2.2 数値計算

モデルの変数に数値を代入する．n の値を $0 \leq n \leq 4$ まで 1 ずつ，β の値を $0.4 \leq \beta \leq 0.7$ まで 0.1 ずつ変化させることから，スタッフが購入する弁当の販売数，割引率を決定する．モデル 1 と比較するため，c=1000 とする．モデル 1 の期待利益は，3817.742 に対し，在庫をスタッフへ割引販売する場合を考慮したモデル 2 では，n=2，β=0.7 の時，期待利益は最大となり，5188.0645 となった．よって，この 2 つのモデルの比較より，在庫をスタッフへの割引販売を考慮する方が利益最大化に繋がると考えられる．また，数値計算結果を表 4 に示す.

表 4 利益最大化モデルの期待利益

	0.7	0.6	0.5	0.4
0	3817.74194	3817.74194	3817.74194	3817.74194
1	4663.3871	4561.93548	4460.48387	4359.03226
2	5188.06452	5044.83871	4901.6129	4758.3871
3	5135	5057.41935	4979.83871	4902.25806
4	4760.96774	4808.70968	4856.45161	4904.19355

4.3 コスト最小化モデル

モデル 2 では，4.2 と同様スタッフへの割引販売を考慮したモデルをモデル 1 と比較して，期待コストがどのように変わるか求める．

4.3.1 定式化

コスト $t(x,y)$ は,

$$t(x,y) = \begin{cases} bx - n\{\beta(a+b) - b\} \\ \qquad\qquad x \geq y \ \ x - y \geq n \\ bx - (x-y)\{\beta(a+b) - b\} \\ \quad +\{n - (x-y)\}\{\beta(a+b) - b\} \\ \qquad\qquad x \geq y \ \ x - y \leq n \\ bx + c(y-x) + n\{\beta(a+b) - b\} \\ \qquad\qquad x \leq y \end{cases} \tag{10}$$

と与えられる．期待コスト $T(x)$ は,

$$\begin{aligned} T(x) = &\sum_{y=0}^{x-n}[bx - n\{\beta(a+b) - b\}]p(y) \\ &+ \sum_{y=x-n+1}^{x}[bx - (x-y)\{\beta(a+b) - b\} \\ &\qquad +\{n - (x-y)\}\{\beta(a+b) - b\}]p(y) \\ &+ \sum_{y=x+1}^{\infty}[bx + c(y-x) + n\{\beta(a+b) - b\}]p(y) \end{aligned} \tag{11}$$

となる．よって，経済発注量 x_{opt} は,

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{y=0}^{x-1} p(y) \leq \frac{c-b}{c} \\ \displaystyle\sum_{y=0}^{x} p(y) \geq \frac{c-b}{c} \end{cases} \tag{12}$$

となる．

4.3.2　数値計算

モデルの変数に数値を代入する．n の値を $0 \leq n \leq 4$ まで 1 ずつ, β の値を $0.4 \leq \beta \leq 0.7$ まで 0.1 ずつ変化させることから，スタッフが購入する弁当の販売数，割引率を決定する. モデル 1 と比較するため，c=1000 とする．モデル 1 の期待コストは，3174.194 に対し，在庫をスタッフへ割引販売する場合を考慮したモデル 2 では，n=1，β=0.4 の時，期待コストは最小となり，3114.83871 となった. よって，この 2 つのモデルの比較より，在庫をスタッフへの割引販売を考慮する方がコスト最小化に繋がると考えられる. また，数値計算結果を表 5 に示す.

表 5　コスト最小化モデルの期待コスト

	0.7	0.6	0.5	0.4
0	3174.19355	3174.19355	3174.19355	3174.19355
1	3186.45161	3162.58065	3138.70968	3114.83871
2	3891.6129	3700.64516	3509.67742	3318.70968
3	4541.77419	4177.74194	3813.70968	3449.67742
4	5236.77419	4687.74194	4138.70968	3589.67742

4.4　考察

モデル 2 では，在庫の割引販売を考慮したモデルを基礎モデルから作り，モデル 1 と同様，機会損失の変動による経済発注量を求め，更に割引率や割引販売時の需要の変動により，利益最大化の面，コスト最小化の面からそれぞれ期待利益の最大化や期待コストの最小化を図った．この 2 つの結果を基に，利益とコストの差をとることで比較を行う．今回機会損失は c=1000 と仮定し，また利益最大化モデルでは経済発注量 $x_{opt} = 6$，コスト最小化モデルでは経済発注量 x_{opt}=4 であった結果から，発注量をそれぞれ x=4，5，6 と変化させ比較する．発注量 x=4 の場合 β=0.4，n=1 で差は 300，発注量 x=5 の場合 β=0.7，n=1 で差は 1068.709677，発注量 x=6 の場合 β=0.7，n=2 で差は 1964.83871，という結果が言え，この結果から 2 つのモデルを考慮すると経済発注量は x_{opt}=6 であることが言えた．また，図 2，3，4 は 2 つのモデルの比較をグラフで表した.

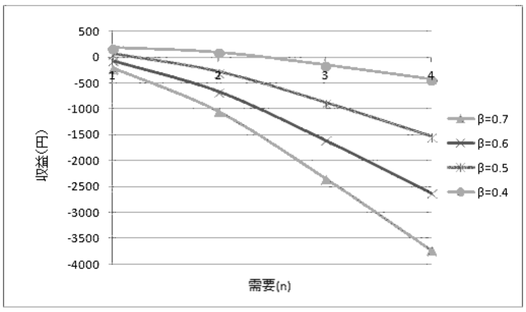

図 2　利益とコストの差 x=4

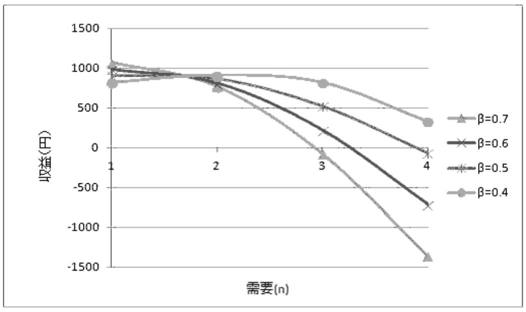

図 3　利益とコストの差 x=5

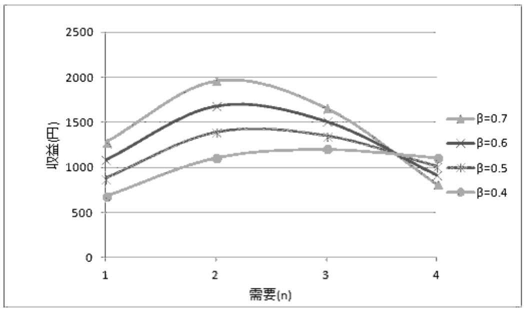

図 4　利益とコストの差 x=6

5　おわりに

本論文では，コンビニエンスストアにおける弁当という，陳腐化により日持ちしない商品の在庫管理について，経済発注量の考察を行ってきた．どのモデルに関しても言える事は，機会損失費用が減少するにつれ期待利益は減少し，経済発注量は増加した．また，モデル 2 で求めた経済発注量は，割引率やスタッフの需要による影響を受けなかったが，実際には，割引率を変動させることで，スタッフの需要も伴なって変動するので，それを考慮した発注量の設定が望ましい結果に繋がるといえる．そして，データに関しても季節，天候，曜日，割引後の需要データを考慮しなかったため，今回のモデルで算出した結果は最適とはいいきれない．しかし，今回のモデルにおいて，利益最大化とコスト最小化という 2 つの観点から考察ができたことで，機会損失費用，売れ残りによる損失費用，割引販売時の割引率，期待利益，期待コストへの影響を明確に考察する事ができ，発注政策や販売政策の参考になったといえる.

参考文献

[1] 小和田 正，澤木 勝茂，加藤 豊:「OR 入門」，実況出版 (1984)

[2] 北原 貞輔，児玉 正憲:「OR による在庫管理システム」，九州大学出版会 (1982)

[3] 白旗 慎吾:「統計解析入門」，共立出版 (1992)

[4] 早田 義也:「コンビニにおけるパンの最適発注量」，南山大学卒業卒論 (2006)