

外乱オブザーバを用いた3自由度クレーンの摩擦補償

2008MI205 佐々木博志

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究では3自由度クレーンを制御対象としてモデリングを行い,そこから状態空間表現を導出して制御設計を行う.制御の目的はペイロードの位置を目標の位置まで安定にかつ速く移動させることである.実際はアームとトロリーの間に摩擦が生じ,思い通りに動かせないことがある.本研究ではアームとトロリー間の摩擦を常に推定して補償するオブザーバを設計し,摩擦が限りなくゼロに近い理想的な状態にして制御を行う.

2 制御対象



図1 3自由度クレーン

図1は本研究で用いる3自由度クレーンである.このクレーンはトロリーの位置,ワイヤーの長さ,タワーの旋回角度を制御できる.またトロリーの位置 $x_j(t)$ [m] とワイヤーの振れ角 $\gamma(t)$ [deg] をセンサーで測定できる.入力 $u(t)$ をジブモータへの電流 $I(t)$ [A],出力 $y(t)$ をペイロードの x 座標の位置 $x_p(t)$ [m] とする.本研究ではタワーの旋回とワイヤーの長さを固定し,ペイロードの位置を目標の位置まで安定にかつ速く移動させる.

3 モデリング

モデリングに用いるパラメータを定義する.

m_p : ペイロードの質量

m_t : トロリーの質量

g : 重力加速度

$r_{j,p}$: ジブモータのギヤ半径

$\eta_{g,j}$: ジブモータのギヤボックス効率

$K_{g,j}$: ジブモータのギヤ比

$\eta_{m,j}$: ジブモータ効率

$K_{t,j}$: ジブモータのトルク定数

J_ψ : ジブモータの等価慣性モーメント

ただし

$$M = m_p + m_t + J_\psi \frac{K_{g,j}^2}{r_{j,p}^2} \quad (1)$$

アームとトロリー間の摩擦を F [N] とする.ラグランジュの運動方程式より導出した微分方程式を $\gamma(t)=0$ の近傍

で線形近似すると(2),(3)式のようになる.

$$M\ddot{x}_j - m_p l \ddot{\gamma}(t) = \frac{\eta_{g,j} K_{g,j} \eta_{m,j} K_{t,j}}{r_{j,p}} I(t) - F \quad (2)$$

$$-m_p \ddot{x}_j(t) + m_p l \ddot{\gamma}(t) + m_p g \gamma(t) = 0 \quad (3)$$

3.1 状態空間表現の導出

制御対象の物理モデルにおいて状態変数を $x(t) = [x_j(t) \quad \gamma(t) \quad \ddot{x}_j(t) \quad \ddot{\gamma}(t)]^T$ とすると状態空間表現は(4),(5)式のようになる.ただし入力を u [A],摩擦を u_f [N],推定摩擦を u_d [A] とする.

$$\dot{x} = Ax + B_1(u + u_d) + B_2 u_f \quad (4)$$

$$y = Cx, \quad x(0) = x_0 \quad (5)$$

ただし

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{m_p g}{M - m_p} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Mg}{(M - m_p)l} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M - m_p} \cdot \frac{\eta_{g,j} K_{g,j} \eta_{m,j} K_{t,j}}{r_{j,p}} \\ \frac{1}{(M - m_p)l} \cdot \frac{\eta_{g,j} K_{g,j} \eta_{m,j} K_{t,j}}{r_{j,p}} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -l & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4 制御系設計

摩擦が限りなくゼロに近い理想的な状態を実現するために摩擦を推定するオブザーバを設計する.制御対象に対して状態フィードバック形式の積分型コントローラを設計する.

4.1 拡大システムの導出

ペイロードの目標の位置と出力された位置との偏差を $e(t)$ とする. $w(t)$ を $e(t)$ の時間積分とし,状態フィードバック形式の積分型コントローラを設計する.状態フィードバック形式の積分型コントローラ

$$u(t) = Kx(t) + Gw(t), \quad w(t) := \int e(t)dt \quad (6)$$

を設計するにあたって拡大システムを考える.状態変数に $w(t)$ を加え,拡大システムの状態変数を $x_e(t) = [x(t)^T \quad w(t)^T]^T$ とする.定常値 $x_\infty, u_\infty, w_\infty$ からの変動を(7),(8)式のように定義すると拡大システムの状態方程式は(9)式となる.

$$\tilde{x}_e = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_\infty \\ w_\infty \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\tilde{u}(t) := u(t) - u_\infty \quad (8)$$

$$\dot{\tilde{x}}_e = A_e \tilde{x}_e(t) + B_e \tilde{u}(t) \quad (9)$$

ただし

$$A_e = \begin{bmatrix} A & O \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

拡大システムの状態フィードバック形式の積分型コントローラ

$$\tilde{u}(t) = K_e \tilde{x}_e(t), \quad K_e = [K \quad G] \quad (10)$$

を設計する. 拡大システムは可制御であるので $A_e + B_e K_e$ が安定行列になるような K_e を最適レギュレータで求める.

4.2 同一次元オブザーバの導出

摩擦 $F[N]$ を推定するために $u_f(t)$ を状態変数に加え $x(t) = [x_j(t) \quad \gamma(t) \quad \dot{x}_j(t) \quad \dot{\gamma}(t) \quad u_f(t)]^T$ とすると同一次元オブザーバは (11), (12) 式のようになる. ただし L はオブザーバゲインである.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_o \hat{x}(t) + B_o u(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (11)$$

$$\hat{y}(t) = C_o \hat{x}(t) \quad (12)$$

ただし

$$A_o = \begin{bmatrix} A & B_2 \\ O & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_o = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_o = [C \quad 0]$$

オブザーバゲイン L を求めるために双対システムを考える.

$$\dot{x}_d = A_o^T x_d + C_o^T u \quad (13)$$

$$y_d = B_o^T x_d \quad (14)$$

双対システムの状態フィードバック形式のコントローラ

$$u_d = K_d x_d \quad (15)$$

を設計し, 状態フィードバックゲイン K_d を最適レギュレータで求める. オブザーバゲインは (16) 式で求められる.

$$L = -K_d^T \quad (16)$$

5 シミュレーション

目標の位置への到達時間とオブザーバが適切に機能しているのかをシミュレーションする.

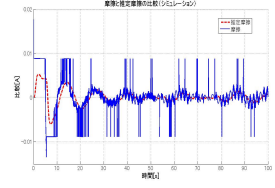
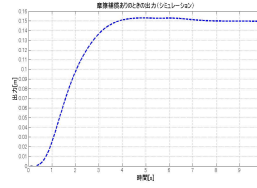


図2 摩擦補償ありのとき 図3 摩擦と推定摩擦の比較
目標の位置への到達時間は 多少の遅れがあるものの摩擦 3.866[s]. そこからオーバー シュートが起こり 7.942[s] で収束した. 摩擦と推定摩擦の波形はほぼ一致していることからオブザーバは摩擦を補償していることが確認できる.

6 実験

実験では 0.15[m] 移動させるのにかかった時間から検証する.

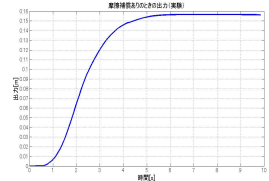
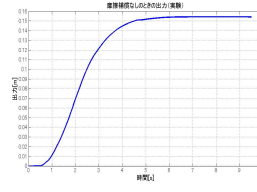


図4 摩擦補償なしのとき
目標の位置への到達時間 : 4.52[s]

図5 摩擦補償ありのとき
目標への到達時間 : 4.44[s]

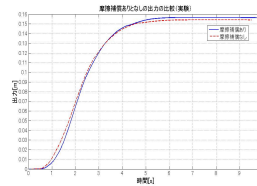


図6 摩擦補償ありとなしの実験の比較

摩擦補償ありの方が摩擦補償なしの方よりも到達時間がわずかに速いことが確認できる.

図7 摩擦補償ありのシミュレーションと実験との比較
到達時間の遅れの原因はシミュレーション時の摩擦モデルの係数が実際の摩擦係数よりも小さかったことが考えられる.

実験結果より摩擦補償ができた.

参考文献

[1] 正員:美多勉, 学生員:平田光男, 正員:村田健一著, 『 H_∞ 制御と外乱オブザーバの理論』, 電学論 C, 115 巻 8 号, 平成 7 年