

倒立振子のモデル化と制御

—未知パラメータの同定を中心に—

2009SE020 江上一樹

指導教員：大石泰章

1 はじめに

倒立振子は不安定な制御対象であるが、構造は簡単であり、様々な制御法を検証することに適しているため、代表的な制御対象として広く使用されている。ヴイストン株式会社の2輪型倒立振子学習教材 Beauto Balancer Duo (ビュート バランサー デュオ)[1] は、安価であり、制御理論の学習教材として有望であるが、個体差があり、パラメータについても不確かな部分が多い。

本研究では、Beauto Balancer Duo について、不明なパラメータを同定し、モデル化を行い、姿勢制御を行う。また、シミュレーションを行い性能を検証する。

2 制御対象

Beauto Balancer Duo は、図1のように、左右で独立した2つのモータを持つ2輪型倒立振子であり、ジャイロセンサとロータリーエンコーダにより本体の傾きと左右の車輪の角度を計測することができる。



図1 Beauto Balancer Duo

3 モデル化

図2は Beauto Balancer Duo の概略図である。これに基づいて運動方程式を作成してモデル化を行う。モデル化には Lagrange の運動方程式を利用する。Lagrange の運動方程式を使うと、制御対象全体の運動エネルギー、ポテンシャルエネルギーを一般化座標を用いて表すことで、運動方程式を機械的に導くことができる。変数とパラメータの記号は表1のように定義する。

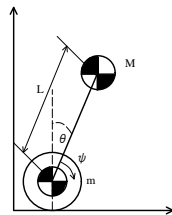


図2 Beauto Balancer Duo の概略図

表1 Beauto Balancer Duo パラメータ

本体角度	θ
車輪角度	ψ
車軸から本体重心の距離	L
本体質量	M
車輪2つの質量	m
車輪の半径	r
本体の慣性モーメント	I
車輪の慣性モーメント	J_w
モータの慣性モーメント	J_m
重力加速度	g
モータから発生するトルク	τ

制御対象の運動エネルギーは、重心回りの回転運動エネルギーと重心の並進運動のエネルギーの総和で表わされる。車輪の回転運動エネルギーを T_J 、本体の回転運動エネルギーを T_I 、モータの回転運動エネルギーを T_R 、車輪の並進運動エネルギーを T_W 、本体の並進運動エネルギーを T_B とすると、運動エネルギーの総和は、

$$T = T_J + T_I + T_R + T_W + T_B \quad (1)$$

である。

一方、ポテンシャルエネルギーは、

$$U = Mg(L\cos\theta + r) + mgr \quad (2)$$

である。

Lagrange 関数 L_g は、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーから

$$\begin{aligned} L_g &= T - U \\ &= \frac{1}{2}J\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}R(\dot{\psi} - \dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}mr^2\dot{\psi}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}M(r^2\dot{\psi}^2 + 2r\dot{\psi}L\sin\dot{\theta} + L^2) \\ &\quad - Mg(L\cos\theta + r) - mgr \end{aligned}$$

である。

これを使って Lagrange の運動方程式をたて、 $\theta = 0$ 、 $\psi = 0$ の周りで線形化して、 $x^T = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]$ とすると、モデルを、

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t) \quad (3)$$

なる状態空間表現で表わす事ができる。

4 パラメータ同定

Beauto Balancer Duo は、制御系を設計する上で必要になるモータのパラメータについて不明な点がある。モータ

のトルクを導出するために、トルク係数を求める必要がある。トルク係数を求めるために、実験機から車輪を取り外し、モータのみで回転させ実験を行う。モータに任意の電圧を入力し、モータの回転角速度と電流の関係から伝達関数を導出し、トルク係数を求める。

モータに流れる電流を i 、電圧を E 、トルク定数を K_τ 、モータの抵抗を R とすると、トルクは電流に比例するので、

$$\tau(t) = K_\tau i(t) = \frac{K_\tau}{R} E(t) \quad (4)$$

とかける。

また、回転運動に関して、モータの回転角速度を ω 、粘性摩擦係数を B とすると、

$$\tau(t) = J_m \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) \quad (5)$$

が成立する。

上の式をラプラス変換することで、

$$\omega(s) = \frac{1}{J_m s + B} \tau(s) \quad (6)$$

であるから、

$$\omega(s) = \frac{1}{J_m s + B} \frac{K_\tau}{R} E(s) \quad (7)$$

が導ける。

モータの回転角速度の計測はシリアル通信を用いて実験機からコンピュータへ送信するプログラムを作成し行った。

一方、実験より、図3に示す結果が得られた。得られた結果から、モータのふるまいは1次遅れ系、

$$\omega(s) = \frac{K}{T_s + 1} E(s) \quad (8)$$

で表わされる。

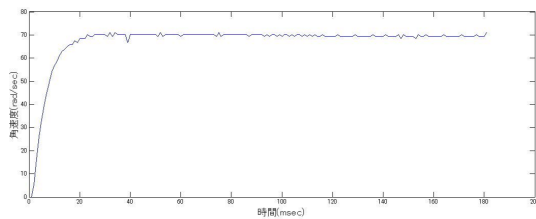


図3 パラメータ同定実験結果

$K = \frac{K_\tau}{BR}$ 、 $T = \frac{J_m}{BR}$ であり、得られた結果とモータの電気特性を比較し、粘性摩擦係数 $B = 2.2881 \times 10^{-8}$ 、トルク定数 $K_\tau = 1.6017 \times 10^{-3}$ が得られた。

5 シミュレーション

得られたパラメータから誤差を考え、ロバスト性を確保するために LMI を用いた最適レギュレータで制御系設計

を行う。制御系設計は文献 [2] を基に、最適レギュレータの重み行列 Q 、 R をそれぞれ以下のように設定し行った。

$$Q = \text{diag}[10, 100, 1, 1] \quad (9)$$

$$R = 1 \quad (10)$$

この時、得られた状態フィードバックゲイン K_f は以下のようになった。

$$K_f = [10.5137, 103.5848, 4.0337, 7.7970] \quad (11)$$

図5は導出されたゲインを用い、初期条件を本体角度が5[deg]傾いた状態から、MATLAB/simlinkでシミュレーションを行った結果である。本体角度は最終的に0に収束していることがわかる。

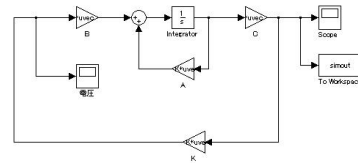


図4 シミュレーションに用いたブロック線図

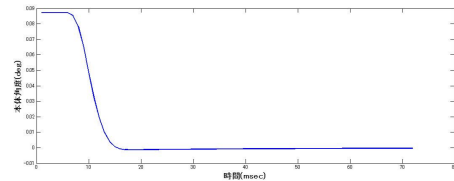


図5 シミュレーション結果

6 おわりに

本研究では、2輪型倒立振子のパラメータ同定を行い、得られたパラメータを用い制御系を設計し、シミュレーションを行った。今後の課題として、得られたゲインでシミュレーションを行った結果は安定化していたが、実験機に導入したところ、安定化には成功しなかった。原因として、作成したプログラムが実験機の仕様合わないものであった、同定実験によって得られたパラメータに再考の余地がある、モデル化の手法等が考えられる。

参考文献

- [1] ヴイストーン株式会社 Beauto Balancer Duo : http://www.vstone.co.jp/products/beauto_balancer_duo/index.html
- [2] 蛭原義雄：『LMIによるシステム制御 ロバスト制御系設計のための体系的アプローチ』。森北出版，東京，2012。