二車輪型倒立振子の姿勢制御

2009SE136 小西孝典
指導教員:陳幹

1 はじめに

本研究の目的は Vstone 株式会社から販売されている二車輪型倒立振子ロボットの BeatoBalancerDuo(以下 BBD) の姿勢制御を目的とする.

2 制御対象とモデリング

BBD は二つの車輪の上部にそれぞれモータが搭載されており, モータの回転を摩擦によって車輪に伝達する仕組みを持っている. またロータリーエンコーダにより左右の車輪の回転角を, ジャイロセンサにより車体の角速度を得て, 倒立制御を実現している [1]. BBD は 2 本の単三電池を主電源としており, 実験では一本 1.2[V] の電池を用いる.

本研究では BBD の姿勢制御盤を行うので, 右の図 1 のような簡略図を用いてに二次元平面でのモデリングを行った.

2.1 物理定数

BeautoBalancerDuo に関する物理定数を下の表 1 にまとめた.

表 1 物理定数

記号	名前	値	単位
R_m	モータの電気抵抗	0.6818	[Ω]
K_b	モータの逆起電力定数	0.0014	[Vs/rad]
K_t	モータのトルク定数	0.0012	[Nm/A]
f_m	モータと車体の間にある摩擦の摩擦係数	4.9825×10^{-7}	[—]
f_w	床と車体の間にある摩擦の摩擦係数	0	[—]
g	重力加速度	9.8100	[m/s^2]
R_w	車輪の半径	0.0207	[m]
M_w	車輪の質量	0.0053	[g]
M_m	モータの質量	0.0075	[g]
M_b	車体の質量	0.1453	[kg]
J_w	車輪の慣性モーメント	2.2710×10^{-6}	[kgm^2]
J_m	モータの慣性モーメント	3.8274×10^{-6}	[kgm^2]
J_b	車体の慣性モーメント	6.6336×10^{-4}	[kgm^2]
L	車輪の中心から車体の重心までの長さ	0.0520	[m]
l	車輪の中心からモータ軸までの距離	0.0217	[m]
G_r	モータと車輪とのギア比	20.7	[—]

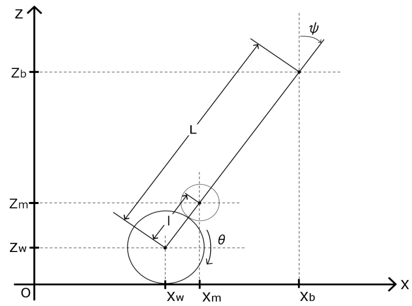

図 1 BeautoBalancerDuo のモデル図

2.2 運動方程式の導出

運動方程式の導出にはラグランジュの運動方程式を用いる. ラグランジアン $\mathcal{L}$ を次のように定義する.

$$\mathcal{L} = (T_1 + T_2) - U \tag{1}$$

このとき, T_1は制御対象の並進運動のエネルギー, $_2$は回転運動のエネルギー, U は重力のポテンシャルエネルギーであり以下の式で表現することができる.

$$T_1 = \frac{1}{2}M_b(\dot{x}_b^2 + \dot{z}_b^2) + 2(\frac{1}{2}M_m(\dot{x}_m^2 + \dot{z}_m^2)) + 2(\frac{1}{2}M_w(\dot{x}_w^2 + \dot{z}_w^2)) \tag{2}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}J_b\dot{\psi}^2 + 2(\frac{1}{2}J_mG_r^2(\dot{\psi} - \dot{\theta})^2) + 2(\frac{1}{2}J_w\dot{\theta}^2) \tag{3}$$

$$U = M_bgz_b + 2(M_mgz_m) + 2(M_wgz_w) \tag{4}$$

次に一般化力 F_θと F_ψはラグランジュの運動方程式を用いて求め, その中に含まれる非線形項に対してマクローリン展開を適用することで次のように表せる.

$$F_\theta = ((M_b + M_m + M_w)R_w^2 + J_mG_r^2 + J_w)\ddot{\theta} + ((M_bL + M_ml)R_w - J_mG_r^2)\ddot{\psi} \tag{5}$$

$$F_\psi = ((M_bL + 2M_ml)R_w - 2J_mG_r^2)\ddot{\theta} + (M_bL^2 + 2M_ml^2 + J_b + 2J_mG_r^2)\ddot{\psi} - (M_bL + 2M_ml)g\psi \tag{6}$$

またこれらの F_θと F_ψはモータからの外力ともいえるので, モータから与えられるトルクとして以下のように表現できる.

$$F_\theta = 2G_r(K_ti - f_mG_r(\dot{\psi} - \dot{\theta}) + f_w\dot{\theta}) \tag{7}$$

$$F_\psi = -2G_r(K_t i - f_m G_r(\dot{\psi} - \dot{\theta})) \tag{8}$$

次にモータの電気的振る舞いは次式で表すことができる.

$$v = L_m \dot{i} + R_m i + K_b G_r(\dot{\psi} - \dot{\theta}) \tag{9}$$

このときコイルのインダクタンス L_m は非常に小さなものとみなせるので, $L_m = 0$ とする.

この条件と式 (9), (10), (11) より新たに一般化力 F_θ, F_ψ は次のようにあらわせる.

$$F_\theta = 2G_r^2(\frac{K_t K_b}{R_m} + f_m)(\dot{\theta} - \dot{\psi}) + 2G_r \frac{2K_t}{R_m} v \tag{10}$$

$$F_\psi = -2G_r^2(\frac{K_t K_b}{R_m} + f_m)(\dot{\theta} - \dot{\psi}) - 2G_r \frac{2K_t}{R_m} v \tag{11}$$

2.3 状態空間表現

式 (5), (6), (10), (11) の結果を式 (12) の形にまとめる

$$E \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + F \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \end{bmatrix} = Hv \tag{12}$$

この時, 行列 E, F, G, H は以下のようになる.

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix}$$

$$e_{11} = ((M_b + 2M_m + 2M_w)R_w^2 + 2(J_m G_r^2 + J_w))$$

$$e_{12} = e_{21} = ((M_b L + 2M_m l)R_w - 2J_m G_r^2)$$

$$e_{22} = (M_b L^2 + 2M_m l^2 + J_b + 2J_m G_r^2)$$

$$F = \begin{bmatrix} 2(f_m + \frac{K_t K_b}{R_m})G_r^2 & -2(\frac{K_t K_b}{R_m} + f_m)G_r^2 \\ -2(\frac{K_t K_b}{R_m} + f_m)G_r^2 & 2(f_m + \frac{K_t K_b}{R_m})G_r^2 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -(M_b L + M_m l)g \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} \frac{2K_t}{R_m} \\ -\frac{2K_t}{R_m} \end{bmatrix}$$

式 (12) を変形することで次の状態空間表現 (13) の行列 A, B, C, x は次のように定義される.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \tag{13}$$

$$A = \begin{bmatrix} O_{2\times 2} & I_{2\times 2} \\ -E^{-1}G & -E^{-1}F \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} O_{2\times 1} \\ E^{-1}H \end{bmatrix}$$

$$C = I_{2\times 2}, \quad x = \begin{bmatrix} \theta & \psi & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

3 制御器設計

本研究では, 最適レギュレータ理論を用いてコントローラの設計を行う [2].

このとき得られたコントロールゲイン K と重み行列 Q, R を以下に示す.

$$K = \begin{bmatrix} -0.1000 & -39.6322 & -0.1905 & -5.2626 \end{bmatrix}$$

$$Q = \mathrm{diag} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = 100$$

4 シミュレーションと実験結果

次に, 初期条件として $x = [2\pi\ 0\ 0\ 0]$ を与えたときのシミュレーションと, それと同じ条件の実験結果とを重ねたグラフを以下の図 2, 3, 4 に示す. シミュレーションと実験の時間はともに 10[s] である.

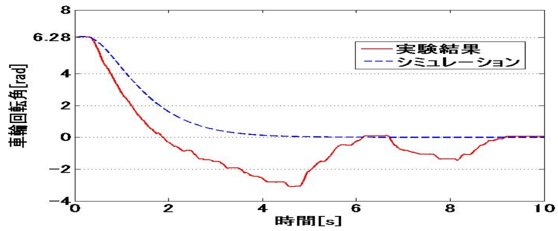

図 2 車輪回転角

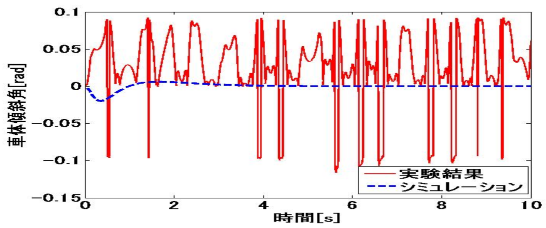

図 3 車体傾斜角

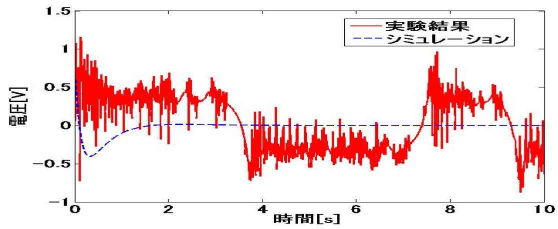

図 4 入力電圧

5 おわりに

実験結果から BBD の姿勢制御ができたといえる. しかしグラフから BBD の姿勢はやや振動的であるとみられる. これは実験データに含まれるノイズが大きいという理由が考えられる. そのためこれらを改善する方法としてデータ取得方法の見直しが挙げられる.

参考文献

[1] ヴィストン:『H8 マイコンによる組み込みプログラミング入門』, オーム社 (2009)

[2] 川田昌克:『MATLB/Simulink による現代制御入門』, 東京, 森北出版株式会社 (2011)