

# ポアソン過程に基づく東日本大地震のデータ解析

2009SE186 村瀬未奈

指導教員：白石高章

## 1 はじめに

一昨年起こった東日本大地震は、東日本に大きな被害を及ぼした。いまだ余震は起こっており、今後も警戒しなければならない。そこで、この地震のマグニチュードに注目し、日本気象協会のサイトから 2010 年 11 月 1 日から 2012 年 6 月 30 日までに日本で発生した地震の全てのマグニチュードデータを収集した。まれに起こる地震の回数がポアソン分布に従うことを利用して、大地震前と現在との地震が起きた回数の違いを検証した。

## 2 東日本大地震の概要

- 発生日 2011 年 3 月 11 日
- 発生時刻 14 時 46 分 18.1 秒
- 震央 日本 三陸沖（仙台市の東方 70km）
- 規模 M9.0

この地震は日本周辺における観測史上最大であり、震源域は岩手県沖から茨城県沖にかけての幅約 200km、長さ約 500km の広範囲にわたった巨大地震である。

## 3 データ収集

観測データとして日本気象協会のサイトから 2010 年 11 月 1 日から 2012 年 6 月 30 日までに日本で発生した地震のマグニチュードデータを収集し、表 1 に表す。

表 1 マグニチュード観測回数

①	期間	マグニチュード	M9	M8	M7	M6	M5	M4	合計回数
①	2010年11月1日～11月30日		0	0	0	2	4	21	97
②	2010年12月1日～12月31日		0	0	2	1	11	15	107
③	2011年1月1日～1月31日		0	0	3	2	11	15	77
④	2011年2月1日～2月28日		0	0	1	0	17	26	156
⑤	2011年3月1日～3月31日		1	0	4	44	155	237	867
⑥	2011年4月1日～4月30日		0	0	2	6	40	221	656
⑦	2011年5月1日～5月31日		0	0	1	0	28	216	885
⑧	2011年6月1日～6月30日		0	0	1	2	23	156	691
⑨	2011年7月1日～7月31日		0	0	2	3	24	135	574
⑩	2011年8月1日～8月31日		0	0	2	4	10	146	553
⑪	2011年9月1日～9月30日		0	0	0	2	16	98	444
⑫	2011年10月1日～10月31日		0	0	2	1	10	87	422
⑬	2011年11月1日～11月30日		0	0	0	3	4	75	347
⑭	2011年12月1日～12月31日		0	0	1	0	8	82	343
⑮	2012年1月1日～1月31日		0	0	1	0	10	91	332
⑯	2012年2月1日～2月29日		0	0	0	1	12	76	300
⑰	2012年3月1日～3月31日		0	0	0	3	18	66	329
⑱	2012年4月1日～4月30日		0	0	0	0	12	80	270
⑲	2012年5月1日～5月31日		0	0	0	3	18	56	245
⑳	2012年6月1日～6月30日		0	0	0	2	7	65	240

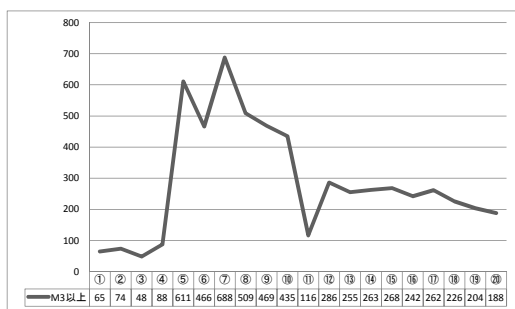


図 1 M3 以上のグラフ

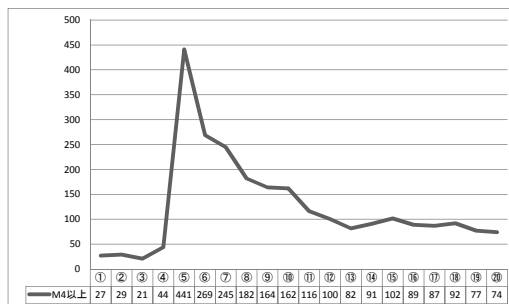


図 2 M4 以上のグラフ

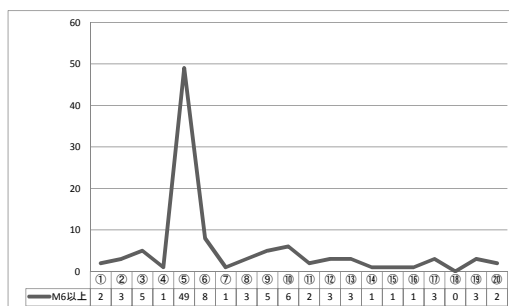


図 3 M6 以上のグラフ

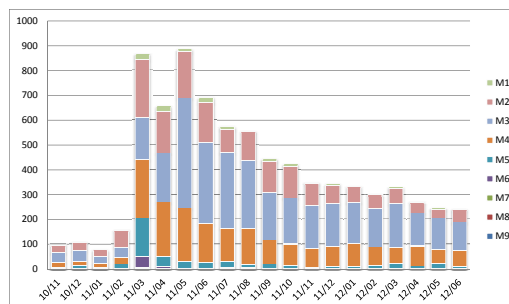


図 4 M1 から M9 の観測回数

図 1 から図 3 のグラフより、大地震が起こった 2011 年 3 月以降、マグニチュード 4 以上の地震は減少していることがわかる。また図 4、図 5 より、マグニチュード 1 よりもマグニチュード 3 の地震の方が多く観測されている。さらに大地震後の地震回数は減少傾向になっているが、大地震前より現在の方がまだ多く地震が起こっていることがわかる。2011 年 3 月 7 日から 3 月 10 日までの 1 日の地震の頻度と 2010 年 11 月 1 日から 12 月 31 日までの 1 日のマグニチュード 5 以上の地震の頻度に違いがあることを、参考文献 [2] で統計手法を使って検証している。参考文献 [3] にも、地震直前とその他の期間マグニチュード 5 以上の地震の頻度の違いについて、いくつかの統計手法を使って検証している。

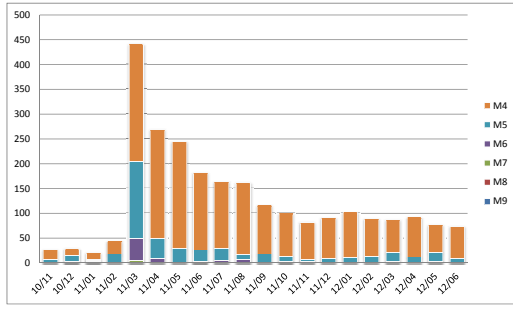


図5 M4からM9の観測回数

#### 4 地震データの解析

2011年1月と3月と大地震から1年後の2012年6月に日本で発生したマグニチュード4以上の地震の回数を表2に表す。

表2 マグニチュード4以上のデータ

群	期間	日数	回数	1日の平均回数
第1群	2011年1月	31	21	0.68
第2群	2011年3月1日から3月10日	10	45	4.5
第3群	2012年6月	30	74	2.47

$i = 1, 2, 3$  に対して, 第  $i$  群の第  $j$  日目におきたマグニチュード4以上の地震回数を  $X_{ij}$  とする. このとき  $X_{ij}$  はポアソン分布に従い,

$$P(X_{ij} = x) = \frac{(\mu_i)^x}{x!} e^{-\mu_i}, E(X_{ij}) = \mu_i$$

である.

$$W_i \equiv X_{i1} + \dots + X_{in_i}$$

$$G_i \equiv \left\{ \begin{array}{l} \frac{\chi_{2w_i}^2(\{1 + (1 - \alpha)^{\frac{1}{k}}\}/2)}{2n_i} < \mu_i \\ < \frac{\chi_{2(w_i+1)}^2(\{1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{k}}\}/2)}{2n_i} \end{array} \right\} (i = 1, 2, 3)$$

とする. このとき, 参考文献 [1] より, (条件1)  $e^{-n_i \hat{\mu}_i} \leq 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{k}}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) の下で  $G_1, G_2, G_3$  は

$$P(\mu_1 \in G_1, \mu_2 \in G_2, \mu_3 \in G_3) \geq 1 - \alpha$$

を満たし,  $G_1, G_2, G_3$  は  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  に関する信頼区間  $1 - \alpha$  の同時信頼区間である. この3つの区間が交わらなければ  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  が異なると判定する. ただし,  $\chi_n^2$  は自由度  $n$  のカイ二乗分布を表す.

$\alpha = 0.01$  として同時信頼区間を求める.

$n_1 = 31, n_2 = 10, n_3 = 30, w_1 = 21, w_2 = 45, w_3 = 74$  を当てはめる.

$$\{1 + (1 + \alpha)^{\frac{1}{k}}\}/2 = 0.9985$$

$$\{1 + (1 - \alpha)^{\frac{1}{k}}\}/2 = 0.0015$$

$$n_1 \hat{\mu}_1 = 21, n_2 \hat{\mu}_2 = 45, n_3 \hat{\mu}_3 = 74$$

であるので,

$$\max\{e^{-n_1 \hat{\mu}_1}, e^{-n_2 \hat{\mu}_2}, e^{-n_3 \hat{\mu}_3}\} = 7.58 \times 10^{-10} < 3.34 \times 10^{-3}$$

となり, 信頼区間を与える(条件1)が満たされる.

$$2w_1 = 42, 2(w_1 + 1) = 44,$$

$$2w_2 = 90, 2(w_2 + 1) = 92$$

$$2w_3 = 148, 2(w_3 + 1) = 150$$

を当てはめ, Excelによりカイ二乗分布の上側  $100\alpha$  パーセント点を求めると,

$$\chi_{42}^2(0.9985) = 19.90, \chi_{44}^2(0.0015) = 77.08,$$

$$\chi_{90}^2(0.9985) = 55.33, \chi_{92}^2(0.0015) = 137.49$$

$$\chi_{148}^2(0.9985) = 102.10, \chi_{150}^2(0.0015) = 206.63$$

を得る.

$n_1 = 31, n_2 = 10, n_3 = 30$  より, 信頼係数 0.99 の同時信頼区間は,

$$0.32 < \mu_1 < 1.24, 2.77 < \mu_2 < 6.88, 1.70 < \mu_3 < 3.44$$

となる.

(\*)  $\mu_1$  と  $\mu_2$  の間,  $\mu_1$  と  $\mu_3$  の間に信頼区間の交わりはない.

大地震直前にマグニチュード4以上の地震が異常な回数起こっている. また大地震直前よりは減ったが, 大地震後も異常な回数地震が起こっている.

マグニチュード3以上, マグニチュード5以上の場合も解析を行ったが, (\*) と同じ結果となった.

#### 5 おわりに

ポアソン過程を利用して東日本大地震を調べてきた. その結果, 図4, 図5より, マグニチュード1よりもマグニチュード3の観測回数の方が多く観測されている. 大地震後の地震回数は減少傾向になっているが, 99%同時信頼区間により, 大地震前と比べ今現在でもマグニチュード4以上の地震が多く起こっていることがわかった. 今後も余震に注意し, 地震対策をとるべきである.

#### 6 参考文献

- [1] 白石高章: 『多群の2項モデルとポアソンモデルにおけるすべてのパラメータの多重比較法』. 日本統計学会誌, 第42巻, 第1号, 55~90項, 2012年.
- [2] 白石高章: 『統計科学の基礎』. 日本評論社, 東京, 2012年.
- [3] Shiraishi, T., Multiple comparison procedures for Poisson parameters in multi-sample models, *Behaviormetrika*, Vol39, No.2, pp.167-182, 2012
- [4] 日本気象協会 tenki.jp <http://tenki.jp/>