最適レギュレータによるボールスクリューの位置決め制御

2009SE315 安田晴香
指導教員：高見勲

1　はじめに

工作機械，半導体製造装置などに代表されるメカトロニクス機器では，生産効率向上を目的とした位置決め制御系の高速高精度化が進んでいる．しかし，駆動機構を構成する直動案内、ボールねじのナットなどに様々な非線形な摩擦が存在する．これらの摩擦は回転体や被駆動体が運動する際に，制御系に対する外乱となって運動を阻害している．本研究ではボールスクリューシステムを制御対象とし，最適レギュレータに積分型コントローラを追加し，外乱オブザーバ (DOB) で摩擦を予測することで，非線形な摩擦を補償する事を目的とする．

2　制御対象

本研究では，現在工作機械で多く採用されている位置決め制御系であるボールスクリューシステムを制御対象とする．ボールスクリューシステムとは，モータとカップリングで繋がれたスクリューが回転することでナットに転造されているボールが転がり，回転運動を直進運動に変換し，テーブルの位置を動かすものである．

モータ角を θ[rad]，テーブルの変位を x[m] とし，電流を $u = i$[A] とすると，モータに関する運動方程式は,

$$J\ddot{\theta}(t) = K_t i(t) - RK(R\theta(t) - x(t)) \tag{1}$$

となり，テーブルに関する運動方程式は,

$$M\ddot{x}(t) = K(R\theta(t) - x(t)) - F - C\dot{x}(t) \tag{2}$$

となる．K_t をモータのトルク定数 [Nm/A]，J を回転系全慣性モーメント [Nms^2]，K を直線系ばね定数 [N/m]，C を直線系の粘性係数 [Ns/m]，M をテーブルの質量 [kg]，R をボールねじ定数 [m/rad] とした．

ここでテーブルの運動に比べ，モータの運動が速いことから回転運動の遅れを無視することで以下の式を得る．

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) = \frac{K_t}{R} i(t) \tag{3}$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{C}{M} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{RM} \end{bmatrix} u(t) \tag{4}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T x(t) \tag{5}$$

これを簡略化したモデルとする．

3　非線形摩擦

摩擦トルクと速度の関係は非線形であり，定性的にあらわすことができる．静止摩擦は静止状態から入力が最大静止摩擦力を超えた後に動き出し，動摩擦に切り替わる．本研究ではテーブルシステムに対する非線形摩擦を考え，図 1 のように摩擦と速度の関係を表した．

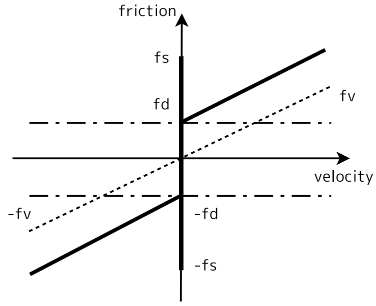

図 1　摩擦モデル

u は制御入力，v はテーブルの速度，f_s は最大静止摩擦力，f_d はクーロン摩擦力，f_v は粘性摩擦係数，$sgn(\cdot)$ は符号関数とすると，摩擦 F は次のように与えられる．

$$F = F_{static} + F_{dynamic} + F_{viscous} \tag{6}$$

静止摩擦 F_{static}，クーロン摩擦 $F_{dynamic}$，粘性摩擦 $F_{viscous}$ は下式で与えられる．

$$F_{static} = \begin{cases} min(|u|, f_s) & : v = 0 \\ 0 & : v > 0 \end{cases} \tag{7}$$

$$F_{dynamic} = f_d \cdot sgn(v) \tag{8}$$

$$F_{viscous} = f_v \cdot v \tag{9}$$

$min(|u|, f_s) : v = 0$ は u が f_s を超えて始動するまではトルクと摩擦力が釣り合っていることを意味している．静止摩擦とクーロン摩擦は位置決め精度に及ぼす影響が最も大きいと考えられる．本研究ではシミュレーションで試行錯誤し，$f_s = 100, f_d = 60$ とした．

4　制御系設計

4.1　最適レギュレータ制御

評価関数 J を最小化するような積分型コントローラを設計し，最適サーボシステムを構成する．

$$J = \int_0^\infty (\tilde{x}_e(t)^T Q_e \tilde{x}_e(t) + r_e \tilde{u}(t)^2) dt \tag{10}$$

拡大偏差システムは次のようになる．

$$\mathcal{P}_e \begin{cases} \dot{\tilde{x}}_e(t) &= A_e \tilde{x}_e(t) + B_e \tilde{u}(t) \\ e(t) &= C_e \tilde{x}_e(t) \end{cases} \tag{11}$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{C}{M} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_e = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{RM} \\ 0 \end{bmatrix}, C_e = \begin{bmatrix} -C \\ 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

$\tilde{x}_e = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_\infty(t) \\ w_\infty(t) \end{bmatrix}, \tilde{u}(t) := u(t) - u_\infty$

重み行列

$$Q_e = \begin{bmatrix} C^T q_{11} C & O \\ O & q_{22} \end{bmatrix} \tag{12}$$

として，評価関数

$$J = \int_0^\infty (\tilde{x}_e(t)^T Q_e \tilde{x}_e(t) + r_e \tilde{u}(t)^2) dt \tag{13}$$

を最小化するように，コントローラ

$$\mathcal{K} : \tilde{u}(t) = K_e \tilde{x}_e(t), Ke = \begin{bmatrix} k & g \end{bmatrix} \tag{14}$$

を設計する．リカッチ方程式

$$P_e A_e + {A_e}^T P_e - P_e B_e {r_e}^T P_e + Q_e = 0 \tag{15}$$

$$P_e = \begin{bmatrix} P_{11} & p_{12} \\ {p_{12}}^T & p_{22} \end{bmatrix}$$

を用いてコントローラゲイン K_e を求める．$q_{11} = 30000, q_{22} = 5000, r_e = 0.001$ として，MATLAB で求めた P_e より，

$$\begin{aligned} k &= [-5481.3 \quad -0.52259] \\ g &= \quad 2236.1 \end{aligned} \tag{16}$$

となる．

4.2 外乱オブザーバ

状態フィードバックを用いた外乱オブザーバを設計する．式 (2) より式 (17) が導き出される．

$$M\ddot{x} + C\dot{x} = \frac{K_t}{R} i - F \tag{17}$$

状態空間表現に推定摩擦 $\hat{F}$ を加えた拡大系を用いて設計する．

$$\dot{\hat{x}} = (A_o - GC_o)\hat{x} + B_o i + Gx \tag{18}$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \hat{F} \end{bmatrix}, A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{f_v}{M} & -\frac{1}{M} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{RM} \\ 0 \end{bmatrix}, C_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

オブザーバゲイン G を以下のように置く．

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 \end{bmatrix}^T \tag{19}$$

システムの極を q_1, q_2, q_3 とする．極を大きくすることで遅れの小さい推定摩擦を得ることができるが，あまり大きくするとノイズなどの影響で制御性能が劣化する為，$q_1 = q_2 = q_3 = -10$ と定める．摩擦推定をオブザーバで行うと遅れが発生する．そのため，フィルタ $Q(s)$ を用いて位相を進ませることで遅れを緩和する．シミュレーションによって特性を調べ，

$$Q(s) = \frac{0.011s + 1}{0.005s + 1} \tag{20}$$

を用いてコントローラを設計する．

5 シミュレーションと実験結果

DOB がない場合とある場合の変化を比較する．ただし，点線はシミュレーション，直線は実験結果を表わしている．なお，シミュレーション，実験ともに 1 秒後に入力を入れた．

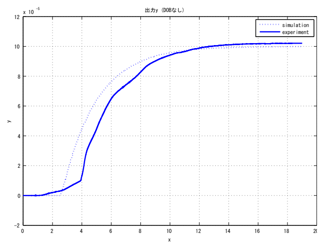

図 2 出力 y (DOB なし)

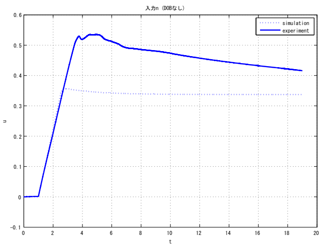

図 3 入力 u (DOB なし)

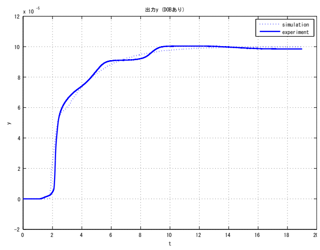

図 4 出力 y (DOB あり)

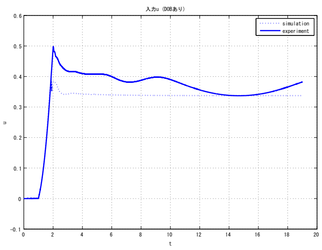

図 5 入力 u (DOB あり)

結果より，シミュレーションにほぼ一致した実験結果が得られた．DOB により摩擦補償が正確にされていることが分かる．出力 y は静止摩擦力に対応し立ち上がりが速くなり，入力 u の傾斜は急になっている．

6 おわりに

実験結果より DOB を用いることで摩擦補償が正確に行われることが分かった．拡大系による最適レギュレータを組み合わせることにより，ボールスクリューシステムの位置決め制御系設計手法が得られた．実験結果はシミュレーションによく一致しているので摩擦モデル，および制御対象のモデルも正確に作ることができた．

参考文献

[1] 大塚二郎：『位置決め制御技術の現状と動向』，測定と制御，41-11，769/774 (2004).

[2] 川田昌克：『MATLAB/Simlink による現代制御入門』．森北出版，東京，2011.

[3] 浅野良：『非線形摩擦を考慮した送り駆動系に対する位置決め制御』(2010).

[4] 早瀬雄太，杉山雄紀，鈴木博文，陳幹，高見勲：『周波数特性に着目した位置決め制御系における摩擦補償』(2012).

[5] 近藤忠文：『外乱オブザーバを用いたボールスクリューシステムの摩擦補償』(2011).