ヘリコプタにおけるオブザーバを用いた速度推定

2010SE216 高田 將人 2010SE011 浅井大地 2010SE116 松田泰知

指導教員：陳 幹

1 はじめに

本研究で使用する２自由度ヘリコプタは, 不安定系であり, 非線形性の強いダイナミクスをもち, 他入力であることから, 線形化誤差, システム自身の特性変動によるモデルパラメータの変動など、モデル化誤差が発生する. さらに, 多入力多出力システムは互いが干渉するので, 制御するのが１入力１出力系のシステムに比べて難しい. また, ヘリコプタは積荷の変化を模擬することで, 特性変動を表現する. 本研究では, ヘリコプタの重さを考慮するため, 信頼性の高い上下界が得られるような, 不確かさをポリトープ表現し最適レギュレータを拡張したロバスト H_2 制御を構成する. 速度推定をするため, 同一次元オブザーバを用いて制御設計を行う. 制御装置および種々の警報装置が開発されている. ヘリコプタのあらゆる箇所にセンサを設置してすべての状態量を検知することは不可能に近く， コスト的にも極めて不利といえる. そこで， センサは最小限に押さえ, センサで検知できない他の状態量を推定する技術が不可欠となる.[1] 同一次元オブザーバはセンサーを新しく付け加える必要がないので, センサーの費用削減することに貢献できる. この問題を解決するために近似誤差によって生じる特性変動に対してロバスト安定性を保証できる制御器を設計する. また, 機体に重りを載せることで生じる制御変動に対してもロバスト安定性を保証する. これらの制御系設計を行うことで 安定した制御を実現する.

2 制御対象

本研究で制御対象として扱う２自由度ヘリコプタを図１に示す. これは２つのプロペラをもっており、それぞれ DC モーターで駆動する. 前のプロペラはピッチ軸まわりの回転を起こし、ヘリコプター頭部の上下運動を制御する. 後ろのプロペラはヨー軸のまわりの回転を起こし, ヘリコプタ頭部の上下運動を制御する.
上下運動の角度 $\theta[rad]$ と, 左右運動の角度 $\psi[rad]$ を測定し, 前のプロペラの電圧 $V_{m,p}[V]$,$V_{m,y}[V]$ を操作して,$\theta[rad]$ と $\psi[rad]$ を目標値に追従させる制御系を設計する. ここで図１のパラメータを示す.

r_p:支柱からピッチモータまでの距離 $[m]$

r_y:支柱からヨーモータまでの距離 $[m]$

l_{cm}:支柱から重心までの距離 $[m]$

F_p 上下方向に加わる推力 $[N]$

F_y 左右方向に加わる推力 $[N]$

F_g 重力 $[N]$

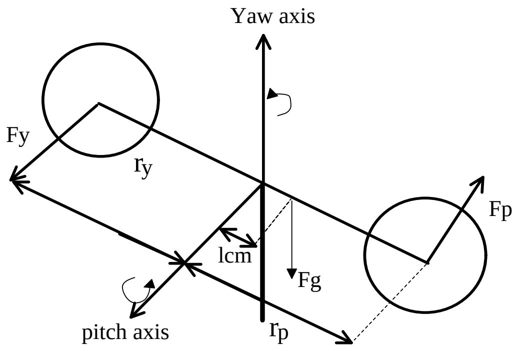

図１ :2 自由度のヘリコプタの簡略図

表１ ヘリコプター 物理パラメータ

ピッチ軸周りの等価粘性減衰係数	$B_{eq,p} = 0.800$	[N/V]
ヨー軸周りの等価粘性減衰係数	$B_{eq,y} = 0.318$	[N/V]
ヘリコプターの可動部の全質量	$m_{heli} = 1.3872$	[kg]
ピッチモータの質量	$m_{m,p} = 0.292$	[kg]
ヨーモータの質量	$m_{m,y} = 0.128$	[kg]
プロペラ保護板の質量	$m_{shield} = 0.167$	[kg]
ピッチ軸から重心までの長さ	$l_{cm} = 0.0540$	[m]
ピッチ軸周りの全慣性モーメント	$J_{eq,p} = 0.0384$	[kg・m^2]
ヨー軸周りの全慣性モーメント	$J_{eq,y} = 0.0432$	[kg・m^2]

3 モデリング

θ[rad]:ピッチ角,ψ [rad]:ヨー角,$K_{pp}[N_m/V]$:ピッチモーターからピッチ軸に働く推進トルク定数, $K_{yy}[N_m/V]$:ヨーモーターからヨー軸に働く推進トルク定数,$K_{py}[N_m/V]$:ヨーモータからピッチ軸に働く推進トルク定数, $B[N/V]$:等価粘性減衰,$K[Nm/V]$:推進トルク定数,$V[V]$:プロペラにかかる電圧,$J[kgm^2]$:慣性モーメント,$m[kg]$:ヘリコプタの質量,$l_{cm}[m]$:ピッチ軸から重心までの距離
ピッチ軸から重心までの長さは下式で与えられる.

$$l_{cm} = \frac{(m_{m,p} + m_{shield})r_p - (m_{m,y} + m_{shield})r_y}{m_{m,p} + m_{m,y} + 2m_{shield}} \quad (1)$$

二自由度ヘリコプターの質量中心位置 (x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) は以下の式で得られる.

$$x_{cm} = l_{cm} cos\psi cos\theta \quad (2)$$

$$y_{cm} = -l_{cm} sin\psi cos\theta \quad (3)$$

$$z_{cm} = l_{cm} sin\theta \quad (4)$$

これらを微分した式は次式になる.

$$\dot{x}_{cm} = -l_{cm}(\dot{\psi} sin\psi cos\theta + \dot{\theta} cos\psi sin\theta) \tag{5}$$

$$\dot{y}_{cm} = l_{cm}(-\dot{\psi} cos\psi cos\theta + \dot{\theta} sin\psi sin\theta) \tag{6}$$

$$\dot{z}_{cm} = l_{cm}\dot{\theta} cos\theta \tag{7}$$

ピッチ側の回転運動エネルギー $T_{r,p}$, ヨー側の回転運動エネルギー $T_{r,y}$, 並進運動エネルギー T_t は次式になる.

$$T_{r,p} = \frac{1}{2}J_{eq,p}\dot{\theta}^2 \tag{8}$$

$$T_{r,y} = \frac{1}{2}J_{eq,p}\psi^2 \tag{9}$$

$$T_t = \frac{1}{2}m_{heli}(\dot{x}_{cm}^2 + \dot{y}_{cm}^2 + \dot{z}_{cm}^2) \tag{10}$$

2 自由度ヘリコプターの持つ位置エネルギー T, 運動エネルギー V は次式になる.

$$V = m_{heli} g l_{cm} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} T &= T_{r,p} + T_{r,y} + T_t \\ &= \frac{1}{2}m_{heli}(-l_{cm}\dot{\psi}\sin\psi\cos\theta - l_{cm}\dot{\theta}\cos\psi\sin\theta)^2 \end{aligned} \tag{12}$$

運動エネルギー T と位置エネルギー V を合わせると,$L = T - V$ となる.

$$\begin{aligned} L = &\frac{1}{2}m_{heli}(-l_{cm}\dot{\psi}\cos\psi\cos\theta + l_{cm}\dot{\theta}\sin\psi\sin\theta)^2 \\ &+ (-l_{cm}\dot{\psi}\cos\psi\cos\theta + l_{cm}\dot{\theta}\sin\psi\sin\theta)^2 \end{aligned} \tag{13}$$

一般化座標は Q_1,Q_2 次式になる.

$$Q_1 = \tau_p(V_{m,p}, V_{m,y}) - B_p\dot{\theta} \tag{14}$$

$$Q_2 = \tau_y(V_{m,p}, V_{m,y}) - B_p\dot{\psi} \tag{15}$$

モーターからピッチ軸, ヨー角に加わるトルクは次式になる.

$$\tau_p(V_{m,p}, V_{m,y}) = K_{pp}V_{m,p} + K_{py}V_{m,y} \tag{16}$$

$$\tau_y(V_{m,p}, V_{m,y}) = K_{yp}V_{m,p} + K_{yy}V_{m,y} \tag{17}$$

2自由度ヘリコプタシステムの運動方程式を求める. 単純な構造の力学系は, 力のつり合いによってその運動方程式を容易に導出することが出来るが, 複雑な構造であるとき, 運動方程式の導出は困難である. そのため, 非線形運動方程式をオイラー・ラグランジュ方程式を用いて導く.
オイラー・ラグランジュの運動方程式は以下に示す.

$$Q_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial q_i} \tag{18}$$

ここで, 運動エネルギー T, 位置エネルギー V, 損失エネルギー D, 一般化座標 $q_i = [q_1 ... q_p]^T$, 一般化力 $Q_i = [Q_1 ... Q_p]^T$ となる.

2 自由度ヘリコプタでのオイラー・ラグランジュの運動方程式は以下のようになる.

$$Q_1 = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} \tag{19}$$

$$Q_2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} \tag{20}$$

は次式となる.
ここで,$L = T - V$, 一般化座標 $q_i = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix}^T$ $= \begin{bmatrix} \theta & \psi & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$ 式 (19),(20) の左辺を計算すると以下のようになる.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\right) &= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) \\ &= (j_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2)\ddot{\theta} \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial L}{\partial q_1}\right) &= \left(\frac{\partial L}{\partial \theta}\right) \\ &= -m_{heli}l_{cm}^2\dot{\psi}^2\sin\theta\cos\theta - m_{heli}gl_{cm}\cos\theta \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}\right) &= \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\right) \\ &= j_{eq,y}\ddot{\psi} + m_{heli}l_{cm}^2(\ddot{\psi}\cos^2\theta - 2\ddot{\psi}\ddot{\theta}\sin\theta\cos\theta) \end{aligned} \tag{23}$$

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}\right) = \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\right) = 0 \tag{24}$$

以上より, 以下の非線形運動方程式が得られる.

$$\begin{aligned} (j_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2)\ddot{\theta} = &K_{pp}V_{m,p} + K_{py}V_{m,y} - m_{heli}gl_{cm}cos\theta \\ &- B_p\dot{\theta} - m_{heli}l_{cm}^2\sin\theta\cos\theta\ddot{\psi} \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} (j_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2 cos\theta^2)\ddot{\psi} = &K_{yy}V_{m,y} + K_{yp}V_{m,p} - B_y\dot{\psi} \\ &+ 2m_{heli}l_{cm}^2\sin\theta\cos\theta\dot{\psi}\dot{\theta} \end{aligned} \tag{26}$$

運動方程式に含まれている各慣性モーメントは以下のようになる.

・ピッチ軸まわりの慣性モーメント

$$J_{eq,p} = J_{m,p} + J_{body,p} + J_p + J_y$$

・ヨー軸周りの慣性モーメント

$$J_{eq,y} = J_{m,y} + J_{body,y} + J_p + J_y + J_{shaft}$$

・それぞれの慣性モーメント

$$J_{body,p} = \frac{m_{body,p}}{L_{body}^2}$$

$$J_{body,y} = \frac{m_{body,y}}{L_{body}^2}$$

$$J_{shaft} = \frac{m_{shaft}}{L_{body}^2}$$

$$J_p = (m_{m,p} + m_{shield}) r_p^2$$

$$J_y = (m_{m,y} + m_{shield}) r_y^2$$

ピッチ軸, ヨー軸に加わるトルクを行列の形に変換すると次式になる.

$$\tau = D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + g(q) \tag{27}$$

$$D(q) = \begin{bmatrix} j_{eq,p} + m_{heli} l_{cm}^2 & 0 \\ 0 & j_{eq,y} + m_{heli} l_{cm}^2 \cos\theta^2 \end{bmatrix}$$

$$C(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} B_p & m_{heli} l_{cm}^2 \sin\theta\cos\theta\dot{\psi} \\ -2m_{heli} g l_{cm}^2 \sin\theta\cos\theta\dot{\psi} & B_y \end{bmatrix}$$

$$g(q) = \begin{bmatrix} m_{heli} g l_{cm} \cos\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} K_{pp} V_{m,y} + K_{py} V_{m,y} \\ K_{yp} V_{m,p} + K_{yy} V_{m,y} \end{bmatrix}$$

ここで, 線形化のために $\theta = 0$ で以下のように近似する.

$$sin\theta \simeq \theta$$

$$cos\theta \simeq 1$$

式 (25) と式 (26) は次式に近似できる.

$$\begin{aligned} (j_{eq,p} + m_{heli} l_{cm}^2)\ddot{\theta} &= K_{pp} V_{m,p} + K_{py} V_{m,y} \\ &\quad - m_{heli} g l_{cm} - B_p \dot{\theta} \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} (j_{eq,y} + m_{heli} l_{cm}^2 cos\theta^2)\ddot{\psi} &= K_{yy} V_{m,y} + K_{yp} V_{m,p} \\ &\quad - B_y \dot{\psi} + 2m_{heli} l_{cm}^2 \theta\dot{\psi}\dot{\theta} \end{aligned} \tag{29}$$

状態ベクトルを x, 操作ベクトルを u とすると次式になる.

$$x = \begin{bmatrix} \theta & \psi & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$$

$$u = \begin{bmatrix} V_{m,p} & V_{m,y} \end{bmatrix}^T$$

状態方程式, 出力方程式は次式になる.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{30}$$

$$y(t) = Cx(t) \tag{31}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{B_p}{J_{eq,p} + m_{heli} l_{cm}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_y}{J_{eq,y} + m_{heli} l_{cm}^2} \end{bmatrix} \tag{32}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{K_{pp}}{J_{eq,p} + m_{heli} l_{cm}^2} & -\frac{K_{py}}{J_{eq,p} + m_{heli} l_{cm}^2} \\ -\frac{K_{yp}}{J_{eq,y} + m_{heli} l_{cm}^2} & -\frac{K_{yy}}{J_{eq,y} + m_{heli} l_{cm}^2} \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{34}$$

4 制御器設計

冒頭でも述べたロバスト H_2 制御理論より制御器を設計する. 制御分野でのロバスト性とは「プラントやコントローラなどの制御要素に摂動が生じる場合でも所望の制御効果を保証すること」をさす.[2] 本研究は, 行列ポリトープ表現を用いることによって, 機体のホバリングさせる入力の変化と機体中心に搭載する重りの質量の変化に対してロバスト性を保証する. また、目標値に定常偏差なく追従するため, 偏差の積分器を導入し, その拡大システム系を考える.[3]

4.1 拡大システムの導出

制御対象の状態方程式は式 (30) と

$$u(t) := \int_0^t e(\tau) d\tau \tag{35}$$

から与えられるとする. 観測出力 $y(t)$ と目標値 $r(t)$ の偏差を $e(t)$ とする.

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{36}$$

拡大系の状態変数を,

$$x_e(t) = \begin{bmatrix} x(t)^T & w(t) \end{bmatrix}^T \tag{37}$$

とすると, 拡大系の状態方程式は,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t)^T \\ \dot{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t)^T \\ w(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \tag{38}$$

となる. このとき,$y(t)$ が目標値 r となるような,$x(t), u(t), w(t)$ の定常値 $x_\infty, u_\infty, w_\infty$ は,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\infty \\ w_\infty \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_\infty + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \tag{39}$$

を満たす. ここで,$\tilde{x}(t) := x(t) - x_\infty$,$\tilde{w}(t) := w(t) - w_\infty$,$\tilde{u}(t) := u(t) - u_\infty$ とすると, 式 (38),(39) より,

$$\dot{\tilde{x}}_e(t) = A_e \tilde{x}_e(t) + B_e \tilde{u}(t) \tag{40}$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{x}_e = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix}$$

を得る. この拡大系を安定させるために,H_2 を利用して, 状態フィードバック制御を行う.[3]

4.2 H_2 制御

入力 u から出力 y の閉ループ系伝達関数を G_{yu} とする.G_{yu} の H_2 ノルムは次式で定義される.

$$||G_{yu}||_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} trace[G_{yu}^*(j\omega) G_{yu}(j\omega)] \right)^{\frac{1}{2}} \tag{41}$$

H_2 制御は, システムにインパルスの入力 u が与えられたときの応答の H_2 ノルムを最小にし, 外部入力から出力へ

の影響を抑える制御と考えられる.H_2 ノルムの上界を γ とすると

$$||G_{yu}||_2 < \gamma \tag{42}$$

となる.H_2 制御では, 式 (41) を満たし, かつ γ を最小にする制御器 K を設計する.[4][5]

4.3 行列ポリトープ表現

今回は, 機体の前のプロペラに搭載する重りの質量変化を行列ポリトープで表す. また, そのとき同時に変化する, 機体の重心の位置の変化も行列ポリトープで表す.

$$m_{heli} \in [m_{heli,min}, m_{heli,max}] = [0, 30] \tag{43}$$

$$l_{cm} \in [l_{m,min}, l_{m,max}] = [0.0540, 0.0595] \tag{44}$$

図 2 に示すこの変動の端点について, 拡大系のシステム行列 (A_e0, B_e0),(A_e1, B_e1),(A_e2, B_e2),(A_e3, B_e3) を求める. このとき同時に,H_2 ノルムを最小化する.$u = Kx$ を求める. 式 (30), 式 (31) を一般制御対象とした不確かなシステムのロバスト H_2 制御は以下の LMI 条件で成り立っている.

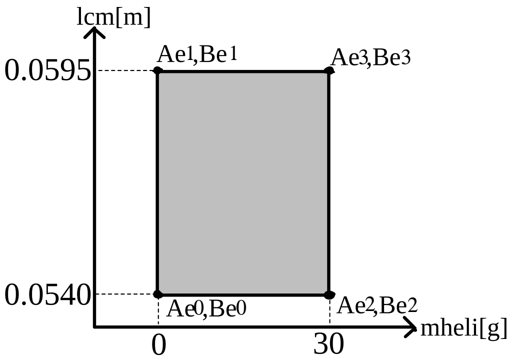

図 2 :行列ポリトープ表現

$$X > 0 \tag{45}$$

$$\begin{bmatrix} A_eX + B_eY + Y^TB_e^T + X^TA_e^T & XC^T + Y^TD^T \\ CX + DY & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{46}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma^2 & B^T \\ B & -X \end{bmatrix} > 0 \tag{47}$$

これらの条件式は $||G||_2 < \gamma$ となる必要十分条件である.[6] 図 2 の不確かさの 2 つの端点に対して,LMI を連立して解くことで, 制御対象すべてに対して,H_2 ノルムが γ 未満となるようなコントローラを設計する.

本研究で用いる, 一般制御対象 $G(s)$ を図 3 に示す. 図 3 において,W_e は目標値に追従させるための偏差積分に対する重み, W_u は制御入力を制限するための重みをそれぞれ示している. $G(s)$ の状態変数を

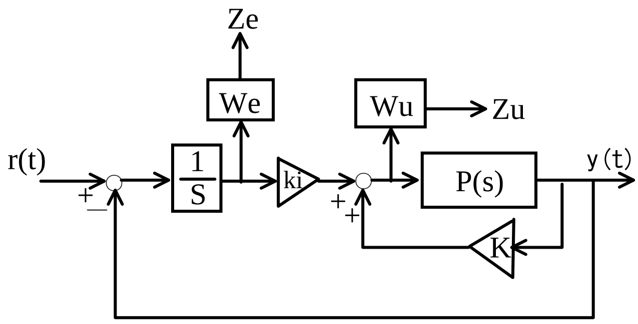

図 3 :一般化制御対象 $G(s)$

$$x = [x_p \ z_1]^T \tag{48}$$

とし, 評価出力を

$$Z = [z_u \ z_e]^T \tag{49}$$

とする. 本研究で用いる一般化制御対象 $G(s)$ は次式となる.

$$G(s) = \begin{cases} \dot{x} = A_ex + B_1r + B_eu \\ z = C_ex + D_eu \end{cases} \tag{50}$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \tag{51}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{52}$$

$$B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tag{53}$$

$$C_e = \begin{bmatrix} W_{xj} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & W_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & W_e \end{bmatrix} \tag{54}$$

$$D_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ W_w & 0 \\ 0 & W_u \end{bmatrix} \tag{55}$$

ただし,W_{xj}, W_r : 目標値に追従させるための偏差の積分に対する重み,W_e : θの重み,W_a : $\dot{\theta}$の重み,W_b : ψの重み,W_c : $\dot{\psi}$の重み,W_w, W_u : 制御入力に対する重みを適応している。

4.4 H_2 制御による制御系設計

一般化制御対象の評価出力 z を H_2 ノルムで評価する．重み $W_{xj}, W_r, W_e, W_a, W_b, W_c, W_w, W_u$ をチューニングして,LMI を用いて状態フィードバックゲイン K, 偏差の積分に対するゲイン Ki を求める．

$$W_{xj} = 1, W_r = 1$$

$$W_e = W_a = W_b = W_c = 1$$

$$W_u = W_w = 0.5$$

これらの重みを適用すると,LMI を用いて, 状態フィードバックゲインは次のように求めらる．

$$K = \begin{bmatrix} -15.7249 & -1.6187 & -1.8565 & -0.3474 \\ 2.4494 & -16.7034 & 0.0989 & -2.8568 \end{bmatrix} \tag{56}$$

$$k_i = \begin{bmatrix} 8.3001 & 1.2784 \\ -0.7881 & 8.1601 \end{bmatrix} \tag{57}$$

4.5 同一次元オブザーバーの設計

次に, 同一次元オブザーバを設計する．速度推定するために V_θ,V_ψ を状態変数に加えると式 (61) のようになる．

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta & \psi & \dot{\theta} & \dot{\psi} & V_\theta & V_\psi \end{bmatrix}^T \tag{58}$$

オブザーバのコントローラを最適レギュレータ理論で設計する. 制御対象の状態空間表現は式 (62),(63) のようになる. ただし,L はオブザーバゲインである.[7] 制御対象にオブザーバを付加させたものを図 4 に示す.

$$\dot{\hat{x}} = A_0\hat{x} + B_0u + L(y - \hat{y}) \tag{59}$$

$$\dot{\hat{y}} = C_0\hat{x} \tag{60}$$

ここで,

$$a1 = J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2 \tag{61}$$

$$a2 = J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2 \tag{62}$$

とおくと,

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{B_p}{a1} & 0 & -\frac{K_{py}}{a1} & -\frac{K_{py}}{a1} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_y}{a2} & -\frac{K_{yp}}{a2} & -\frac{K_{yy}}{a2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{63}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{K_{pp}}{a1} & -\frac{K_{py}}{a1} \\ -\frac{K_{yp}}{a2} & -\frac{K_{yy}}{a2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{64}$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{65}$$

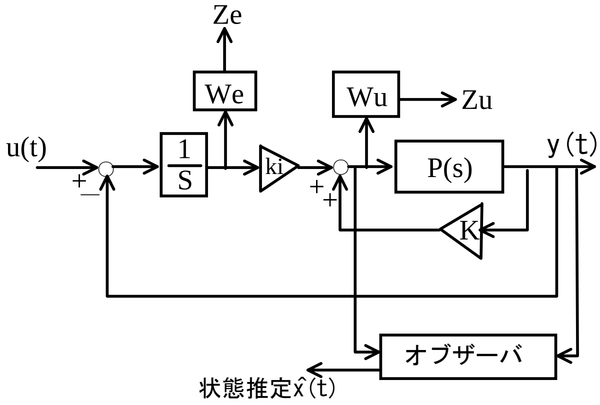

図 4 :オブザーバ

4.6 双対システムの導出

オブザーバゲイン L を求めるために双対システムを考える．双対システムの状態変数を式 (61) とすると双対システムの状態空間表現は式 (69)(70) のように表される．

$$\dot{x}_v = A_vx_v + B_vu_v \tag{66}$$

$$y_v = C_vx_v \tag{67}$$

ただし

$$A_v = A_0^T \tag{68}$$

$$B_v = C_0^T \tag{69}$$

$$C_v = B_0^T \tag{70}$$

双対システムの状態フィードバックゲイン形式のコントローラ

$$u = K_vx_v \tag{71}$$

を設計して双対システムの状態フィードバックゲイン K_v を最適レギュレータで求める．オブザーバゲイン L は式 (75) で与えられる.[7][8]

$$L = -K_v^T \tag{72}$$

5 シミュレーション・実験

ロバスト H_2 制御が働いているかを確認するため重りを 0[g],30[g] 乗せて実験を行い, 理論の検証を図:5,6 で行った. 次に同一次元オブザーバが設計できているかを確認するために速度推定した値を利用せずに, 同一次元オブザーバとセンサーの値が一致しているか図:7 で確認した．そして, 本来はセンサーからの情報で制御している値 $\dot{\theta}$,$\dot{\psi}$ を同一次元オブザーバを用いて推定した．同一次元オブザーバで速度推定した値 $\hat{\dot{\theta}}, \hat{\dot{\psi}}$ を利用してヘリコプタを制御した結果を図:8, 図:9, 図:10 で示す.

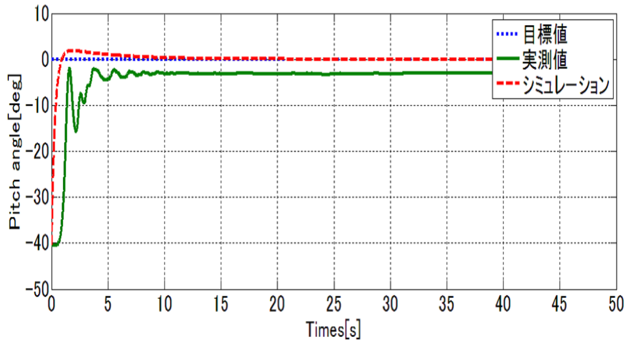

図 5　ピッチ角の実験結果, 重り 0[g], 目標値 0[deg]

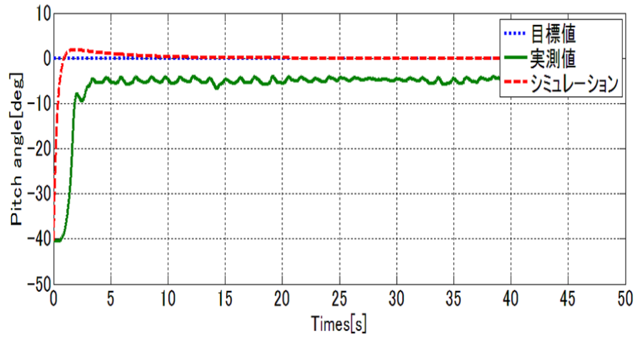

図 6　:ピッチ角の実験結果, 重り 30[g], 目標値 0[deg]

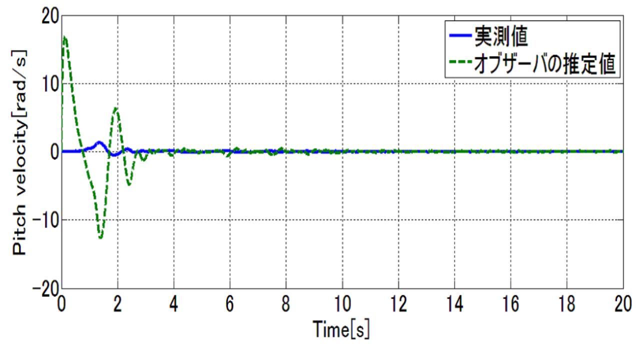

図 7　:ピッチ角のセンサーの値と推定値の比較結果, 重り 0[g], 目標値 0[deg]

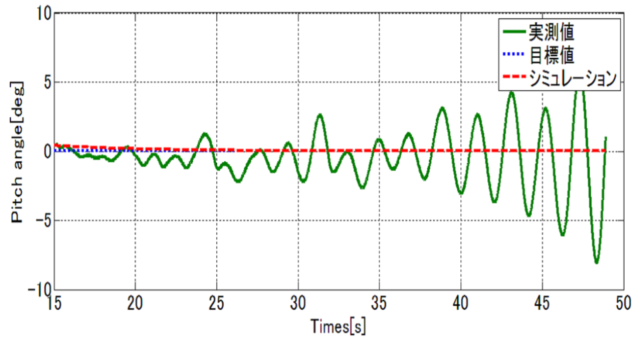

図 8　:同一次元オブザーバを用いたときのピッチ角の実験結果

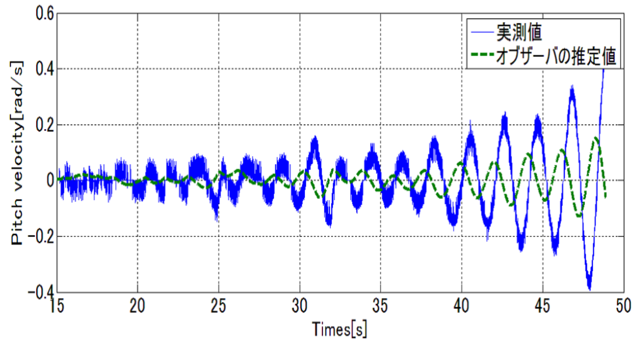

図 9　:$\dot{\theta}$,$\dot{\hat{\theta}}$ の比較したグラフ

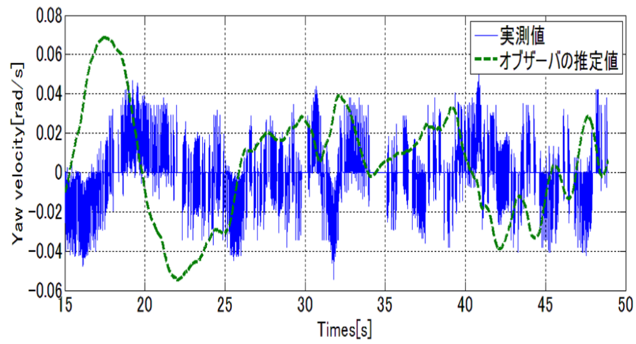

図 10　:$\dot{\psi}$,$\dot{\hat{\psi}}$ の比較したグラフ

6　おわりに

本研究では, 多入力多出力である, 不安定系の制御対象に関して, システムに対する同一次元オブザーバ併合型 H_2 制御を提案した. 実験を通して, ロバスト性の保証と速度推定の理論検証を行った. しかし, 推定値を利用せずに行った実験 (図:7) でピッチ角の推定値とセンサーの値に大きな差が出てしまっている. これは実験機とオブザーバの状態が一致していないことが原因の一つと考えられる.

7　参考文献

[1] 梅野孝治.「外乱オブザーバに基づく車両状態量推定」豊田中央研究所,RD レビュー VoL29,No,4,1994.12.

[2] 森川貴光:特性変動が生じる３自由度ヘリコプタのロバスト安定化, 南山大学 情報理工学部,2013.

[3] 井上和夫, 川田昌克, 西岡勝博:MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学. 森北出版, 東京,2010.

[4] 筧 菜帆:H_2 制御理論によるレール上での鋼球の位置決め, 南山大学 数理情報学部,2012.

[5] 蛯原義雄:LMI によるシステム制御, 森北出版, 東京,2012.

[6] 藤森篤:ロバスト制御, コロナ社, 東京,2008.

[7] 佐々木博志:外乱オブザーバを用いた３自由度クレーンの摩擦補償, 南山大学 数理情報学部,2013.

[8] 川田昌克:MATLAB/Simulink による現代制御入門