

中国の微積分学の教育について

2010SE022 藤原 海

指導教員：小藤 俊幸

1 はじめに

今日の日本では、学力低下さらに理数離れが進んでいる。特に数学教育における学力の低迷は問題視されている。OECDによるPISA（学力到達調査）の結果では、学力の低迷が顕著に表れている。

今年度開催された「国際数学五輪」において、中国は国別で1位をとった。中国が1位を獲得することは、ほとんど毎年であり、毎年の上位を維持し常に安定した数学の学力が身に付いていると考えられる。一方、日本は上位5位にも入らない結果であった。中国と日本の過去の順位結果を比較しても、中国は常に高い順位を保っているが、日本は2009年に2位を獲得した以降年々順位が低くなっている。

以上より、中国の数学教育はより優れたものとなっている半面、日本の学力の低迷が表れている。本研究では中国の教育課程の主に、微積分について調べるとともに、なぜ中国の数学教育が日本と比較し、なぜ中国は大きく優れているか、中国ではどのような内容を学んでいるのか研究していく。[5][6]

2 中国の数学教育事情

中国の教育制度は日本と同じで6-3-3-4制をとっており、一部の地域では5-4-3-4制をとっている。そして、中国では中学に入学の際に文系か理系かを選ぶことができ、日本の教育と違い、比較的若いときに、どちらかを重視して選び学ぶことができるようになっている。しかし、高校への進学率が低く、どの生徒にも平均的に学ぶことができる環境が整っていないことが分かる。[2]

3 中国の数学の学習内容

中国の高等学校用数学教科書「微積分初歩」の教科書の単元構造は以下のように示す。

人民教育出版社【微積分初歩】目次

第1章 極限

- 1.1 数列の極限 1.2 数列の極限の四則演算
- 1.3 関数の極限 1.4 関数の極限と四則演算法則
- 1.5 関数の連続性 1.6 2つの重要な極限

第2章 導関数と微分

1 導数概念

2.1 瞬間速度 2.2 導数

2.3 導数の幾何学的意味

接線方程式と法線方程式

2.4 関数の可導性と連続性の関係

2 求導方法

2.5 いくつかのよく見る関数の導数

2.6 関数の和・差・積・商の導数

2.7 合成関数の導数 2.8 三角関数の導数

2.9 逆三角関数の導数 2.10 対数関数の導数

2.11 指数関数の導数 2.12 べき関数の導数

2.13 陰関数の導数 2.14 二階導数

3 微分

2.15 微分概念 2.16 微分の演算

2.17 近似計算

第3章 導数の応用

1 一階導数の応用

3.1 予備知識 3.2 関数の単調性

3.3 関数の極大値と極小値

3.4 関数の最大値と最小値

2 二階導数の応用

3.5 予備知識 3.6 関数の極値の判定

3.7 曲線の凸性と変曲点 3.8 関数のグラフ

第4章 不定積分

4.1 原始関数 4.2 不定積分

4.3 基本積分公式 4.4 不定積分の演算法則

4.5 直接積分法 4.6 置換積分法

4.7 部分積分法

第5章 定積分及びその応用

1 定積分の概念と計算

5.1 定積分の概念 5.2 微積分の基本公式

2 定積分の応用

5.3 平面図形の面積 5.4 回転体の体積

5.5 平面曲線の弧長 5.6 回転体の側面積

中国の教科書では、中国と日本の数学教育ではさほど大差はないが、中国の方ではやや広い範囲で学んでいる。微積分初歩は、物体の運動という物理現象や化学などを概念モデルにしており、既知のものから未知のものへと、1段階ずつステップを踏んで学習してから数学的定義を学んでいる。[1]

4 中国と日本の数学教育の比較

中国の教材「微積分初歩」と日本の教材「東京書籍の数学Ⅱ，数学Ⅲ」を比べ、どのような教育が双方の国にあるか比較する．[3][4][7]

4.1 導関数と微分

微積分初歩の導数の導入においては、物体の運動という物理現象を概念モデルにしていることがわかり、等速直線運動から始めとして、不等速運動における平均速度、不等速運動における瞬間速度へとという順をたどって学ぼうとしている。そして、これらの物理現象を一旦離れて関数の導数を定義した後に、その幾何学的意味である接線の傾きとの関係を示してから、もう一度瞬間仕事率や瞬間電流強度という実際の問題に立ち返っている。それとは反対に、日本の教材では、微分係数や導関数の数学的定義を最初に学んでいるが、その後には再び運動以外の物理現象に触れるようなことはなかった。導関数が定義されて、それに関する性質が述べられているだけである。ただし、日本の教材でも物理現象を概念モデルとした問題がある。数学Ⅱにおいては、速度の概念を頼りにしながら微分係数の概念を導いていた。すなわち、速度という言葉は無定義に使用し、それと極限値の概念を用いて微分係数を定義したのであり、数学Ⅲの「速度・加速度」における速度の定義に関する記述内容は、その論理構成が数学Ⅱのそれと一致していないことになる。そのため、同じ教育内容をもつ2つの教科書の論理構成が一致していないことにより、数学Ⅱと数学Ⅲを両方とも学ぶであろう理系の学生は混乱する可能性があり、この問題を解決する必要がある。

4.2 不定積分

不定積分において、中国と日本の教え方で大きな違いがある。日本では不定積分は原始関数と全くの同義語と表されているが、それでは誤りとはいえないが、丁寧さに欠けてしまう。微積分初歩では、原始関数と不定積分を先に説明してはいるものの、定積分の定義においては、それらの概念は必要とされていないが、東京書籍の教科書では、原始関数の存在を前提として定積分を定義している。両者の相違は、積分論の発展の歴史と関わりをもっているのである。数学Ⅱが定積分の項で説明したのは、ニュートン・ライプニッツの公式ともよばれる微積分学の基本定理で、一方微積分初歩では、コーシーが、面積として直観的にとらえるのではなく、きちんと定義し、その考えを進め、積分の明確な定義を与え

たリーマンのリーマン積分を説明している。つまり、数学Ⅱと比べ、微積分初歩の方が高度な数学的内容を教えることが分かる。リーマン積分するということは、領域を縦線で細分して個々の面積の総和を近似値として求め、その近似の精度を上げるために極限をとる。つまり、数学Ⅱのニュートン・ライプニッツ公式より、リーマン積分を定義した後に不定積分と定積分の関係を導いている、中国の数学教育の方が優れていることが分かる。

5 まとめ

中国の微積分学の教育の方が内容の質も高く、幅広く学んでいることが分かる。微積分初歩では、微分や積分を必要とする状況をあらかじめ設定して、その上で新しい概念を導入・定義し、再び現実の問題との関わりを解説するといった一連の流れは、日本の教科書と比べて極めて丁寧であるといえ、それを日本も参考にした方がよい。そして、現実との問題との関わりを増やすことで、数学の目的を紹介する件ができる。現実的な問題を取り上げることで、社会における数学の応用的側面を示すことにもなり、数学が社会の様々な分野で応用され、役に立っていることが知ることができ、数学を学ぶ意味を知ることができる。このことで、高校生である数学学習者の動機を喚起する効果があり、中国の教材「微積分初歩」のこれらのことを参考にして、現代の日本の数学教育のレベルを上げていければよいと考える。

参考文献

- [1] 高橋哲夫：『微分と積分の導入』北海道大学，1998
- [2] Barbara J. Dougherty：Mathematics Curriculum in Pacific Rim Countries，2008
- [3] 東京書籍、数学Ⅱ、数学Ⅲ
- [4] 人民教育出版社：微積分初歩
- [5] PISA（学習到達度調査），<http://www.nier.go.jp/kokusai/pisa/>
- [6] 数学オリンピック財団：http://www.imojp.org/laureler/imo/record_imo.html
- [7] 国立教育政策研究所編、『第3期科学技術基本計画のフォローアップ「理数教育部門」に係る調査研究』、第Ⅱ部「理数教科書に関する国際比較調査結果報告」2009年
http://www.nier.go.jp/seika_kaiatsu_2