Anti-lock Braking System のゲインスケジューリング制御

2010SE274 山崎 久嗣

指導教員：高見 勲

1 はじめに

本研究では,Anti-lock Braking System に対しゲインスケジューリング制御を用いてスリップ率の安定化を行う. 今回, 車体速度をスケジューリングパラメータと捉える. また, ディスクリプタ表現を用い,LMI で定式化し, 理論的に安定性を保証する.

2 制御対象とモデリング

2.1 状態方程式の導出と線形化

本研究で用いるABS実験機の簡略したモデルを図 1 に示す. 上の車輪が車の車輪, 下の車輪が道路を表している.
本研究では, 車体速度 V[km/h] が $10 \leq V \leq 50$ において上の車輪にかけるブレーキングトルクτ_1を操作することでスリップ率λを車輪間の摩擦係数μが最大となるスリップ率 0.2 に追従させる制御則を設計する.
上の車輪, 下の車輪の角速度を$\omega_1(t), \omega_2(t)$, 上の車輪, 下の車輪の半径を r_1, r_2, バランスレバーの回転軸から車輪間の接点までの距離を L, 線分 L と車輪間の接点の法線がなす角をφ とする. 以下から角速度$\omega_1(t), \omega_2(t)$ の (t) は省略する.

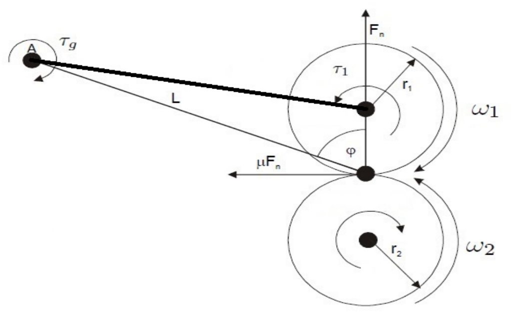

図 1 ABS 実験機の簡略図

上の車輪と下の車輪の回転運動方程式, スリップ率は下式で表す.

$$J_1\dot{\omega}_1 = F_n r_1 \mu - \tau_1 \tag{1}$$
$$J_2\dot{\omega}_2 = -F_n r_2 \mu \tag{2}$$
$$\lambda = \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2\omega_2} \tag{3}$$

垂直効力 F_n は下式で表す.

$$F_n = \frac{\tau_g + \tau_1}{L(\sin(\varphi) - \mu\cos(\varphi))} \tag{4}$$

式 (1),(2),(3),(4) より, 式 (5) を得る.

$$\dot{\lambda} = -\frac{1}{\omega_2}f(\lambda) - \frac{1}{\omega_2}g(\lambda)\tau_1, \omega_2 \neq 0 \tag{5}$$

ここで,$f(\lambda)$,$g(\lambda)$ は下式のようになる.

$$f(\lambda) = \frac{r_1^2\mu\tau_g}{J_1 r_2 L(\sin(\varphi) - \mu\cos(\varphi))} + \frac{r_2\mu\tau_g(1-\lambda)}{J_2 L(\sin(\varphi) - \mu\cos(\varphi))}$$
$$g(\lambda) = \frac{r_1^2\mu}{J_1 r_2 L(\sin(\varphi) - \mu\cos(\varphi))} + \frac{r_2\mu(1-\lambda)}{J_2 L(\sin(\varphi) - \mu\cos(\varphi))} - \frac{r_1}{J_1 r_2}$$

式 (5) は非線形であるので, 平衡点 (λ^*, τ_1^*) のまわりで線形近似すると以下のようになる [1].

$$\omega_2\dot{\lambda} = \alpha(\lambda - \lambda^*) + \beta(\tau_1 - \tau_1^*) \tag{6}$$

ここで,α,β は定数である.

2.2 拡大系の導出

本研究では, 出力を目標値に追従させるために制御ループ内にスリップ率の偏差の積分を状態変数に入れた. 状態変数を $x(t) = [\int(\lambda - \lambda^*)dt \ \ \lambda - \lambda^*]^T$, 入力を $u(t) = \tau_1 - \tau_1^*$ とするとシステムの拡大系は次式となる.

$$E(\omega_2)\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{7}$$
$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \omega_2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}$$

2.3 ディスクリプタ表現

行列 E には変動パラメータが存在する.変動パラメータを一つの係数行列にまとめるために,ディスクリプタ変数を $x_d(t) = [x(t) \ \ \dot{\lambda}]^T$とすると,
状態方程式のディスクリプタ表現は式 (8) となる.

$$E_d\dot{x}_d(t) = A_d(\omega_2)x_d(t) + B_d u(t) \tag{8}$$
$$E_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & -\omega_2 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta \end{bmatrix}$$

3 制御系設計

設計に用いるスケジューリングパラメータ$\theta = \omega_2$とし, $\underline{\theta} = \theta_1, \bar{\theta} = \theta_2$とする. 本研究は, 最適レギュレータ理論に基づくゲインスケジューリング制御器を設計する.
評価関数 J を

$$J = \int_0^\infty (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t))dt \tag{9}$$

と定義し，評価関数 J を最小化する LMI 条件は以下のようになる．

$$\begin{bmatrix} He[A_d(\theta_i)X_d + B_dY_d(\theta_i)] & X_d^T(Q^{\frac{1}{2}})^T & Y_d(\theta_i)^T(R^{\frac{1}{2}})^T \\ Q^{\frac{1}{2}}X_d & -I & 0 \\ R^{\frac{1}{2}}Y_d(\theta_i) & 0 & -I \end{bmatrix} \prec 0$$

$$(i = 1, 2) \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} W & I \\ I & X_d \end{bmatrix} \succ 0,\ trace(W) < \gamma \quad (11)$$

ただし，

$$X_d = P_d^{-1}, X_d^{-1} \prec W, Y_d(\theta) = K_d(\theta)X_d, J < \gamma$$

ここで,行列E_dの構造を考慮してリヤプノフ行列X_dと変数行列$\mathrm{Y}_d(\theta)$ を下式のように与える．

$$X_d = \begin{bmatrix} X & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$Y_d(\theta) = \begin{bmatrix} Y(\theta) & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$Y(\theta) = Y_0 + \theta Y_1$$

また，C_d,D_d を下式のように与える．

$$C_d = [Q^{\frac{1}{2}}\ 0], D_d = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

スケジューリングパラメータ θ の変動範囲内において安定化する GS コントローラを求めるための LMI 条件 (10)(11) は，式 (15) - (19) に用いて，以下のような LMI 条件に変換できる．

$$minimize : \gamma \quad (15)$$

$$subject\ to : X \succ 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} He[A_d(\theta_i)X_d + B_dY_d(\theta_i)] & X_d^TC_d^T + Y_d(\theta_i)^TD_d^T \\ C_dX_d + D_dY_d(\theta_i) & -I_{3\times3} \end{bmatrix} \prec 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} W & I \\ I & X \end{bmatrix} \succ 0 \quad (18)$$

$$trace(W) \prec \gamma^2 \quad (19)$$

$$(i = 1, 2)$$

式 (15) − (19) を満たす $X_d, Y_d(\theta)$ が存在すれば,システムは安定であり,ディスクリプタ表現の枠組みにおけるGSコントローラ $K_d(\theta)$ は下式で与えられる

$$K_d(\theta) = \begin{bmatrix} Y(\theta)X^{-1} & 0 \end{bmatrix}$$

4　シミュレーションと実験

求めた GS コントローラを用いてシミュレーションと実験を行なった．スリップ率, 上下の車輪速度のシミュレーション結果と実験結果を図 2, 図 3 に，ゲインスケジューリング制御とロバスト LQ 制御のスリップ率の実験結果の比較を図 4 に示す．グラフはブレーキをかけた直後であり，初期速度を 50[km/h] とする．

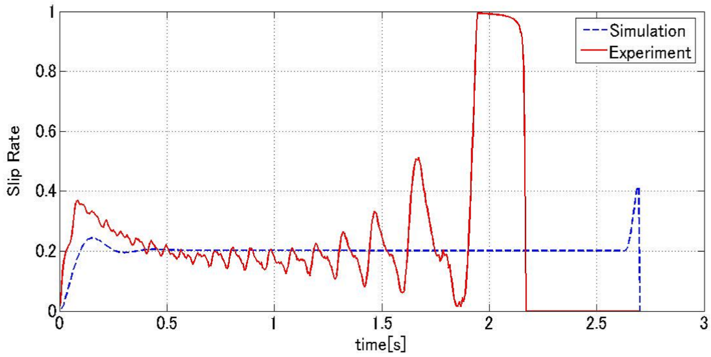

図 2　スリップ率

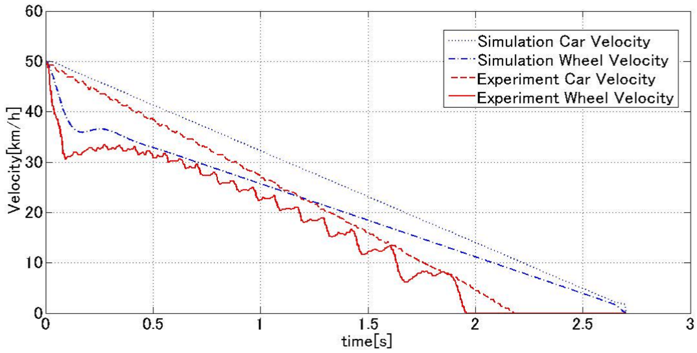

図 3　車輪速度と車体速度

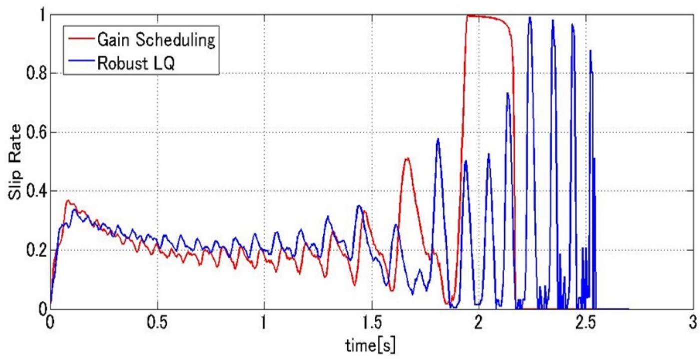

図 4　スリップ率における GS とロバスト LQ の比較

5　おわりに

ゲインスケジューリング制御を用いることで，ロバストLQ制御と比べて，制御性能が改善した．しかし，低速域で応答が大きく振動的であり，シミュレーションと実験結果の停止時間が異なる．今後の課題として，シミュレーションと実験結果との差が生じる原因を探し，応答の改善をしていきたい．

6　参考文献

[1] Tor A. Johansen, Idar Petersen, Jens Kalkkuhl and Jens Ldemann,"Gain-scheduled Wheel Slip Control in Automotive Brake Systems",IEEE Trasaction on Control System Technology,Vol.11,No.6,pp.799-811,2003