

2 自由度ヘリコプターの姿勢制御

2010SE059 稲葉拓磨

指導教員:陳幹

1 はじめに

本研究では,2 自由度ヘリコプターを PD 制御を用いて,ヘリコプターに人や荷物が乗っていることを想定し,実験機に錘 (50g) を付けた状態で制御系設計と姿勢制御を行う. またセンサーのシステムとコストの少なさを考え,極配置アルゴリズムを用いてオブザーバを構成している.

2 モデリング

2 自由度ヘリコプターの非線形運動方程式をラグランジュ運動方程式を用いて表す. 上下運動の角度を θ [rad], 左右運動の角度を ψ [rad], ヘリコプター可動部の全質量を m_{heli} [kg], ピッチ軸から重心までの長さを l_{cm} [m], ピッチ軸及びヨー軸まわりの全慣性モーメントを $J_{eq,p}, J_{eq,y}$ [kg \cdot m²], ピッチモーターからピッチ軸に働く推進トルク定数を K_{pp} [Nm/V], ヨーモーターからヨー軸に働く推進トルク定数を K_{yy} [Nm/V], ヨーモーターからピッチ軸に働く推進トルク定数を K_{py} [Nm/V], ピッチモーターからヨー軸に働く推進トルク定数を K_{yp} [Nm/V], ピッチ軸及びヨー軸まわりの等価粘性減衰を B_p, B_y [N/V] とすると以下のような結果になる [1].

$$\begin{aligned} (J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2)\ddot{\theta} &= K_{pp}V_{m,p} + K_{py}V_{m,y} \\ &\quad - B_p\dot{\theta} - m_{heli}gl_{cm} \\ (J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2 \cos^2\theta)\ddot{\psi} &= K_{yy}V_{m,y} + K_{yp}V_{m,p} \\ &\quad - B_y\dot{\psi} + 2m_{heli}l_{cm}^2\theta\dot{\psi} \end{aligned} \quad (1)$$

状態変数と操作量をそれぞれ

$$x(t) = [\theta \quad \psi \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T, u(t) = [V_{m,p} \quad V_{m,y}]^T \quad (2)$$

とすると, 状態方程式, 出力方程式は次式になる [3][4].

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{B_p}{J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_y}{J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{pp}}{J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2} & \frac{K_{py}}{J_{eq,p} + m_{heli}l_{cm}^2} \\ \frac{K_{yp}}{J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2} & \frac{K_{yy}}{J_{eq,y} + m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

3 制御系設計

ここでは, 制御対象の利用可能な信号である観測量 $\eta(t)$ と操作量 $u(t)$ を利用することで状態変数を推定し, この推定値を用いて状態フィードバック形式のコントローラを構成する. 前章のシステムにおいて, 次式のように, 制御量 $y(t)$ と観測量 $\eta(t)$ とが等しいときを考える.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ \eta(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6)$$

このとき, 次式の出力フィードバック形式のコントローラを用いることにより, 目標値 $y^{ref}(t)$ に対する追従制御を実現する. K は状態フィードバックゲイン, L はオブザーバゲインを示している [2].

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(\eta(t) - C\hat{x}(t)) \\ u(t) = K\hat{x}(t) + Hy^{ref}(t) \end{cases} \quad (7)$$

$$H = [-K \quad I] \begin{bmatrix} A & B \\ C & O \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\hat{x}(t) = [\hat{\theta} \quad \hat{\psi} \quad \dot{\hat{\theta}} \quad \dot{\hat{\psi}}]^T \quad (9)$$

$A + BK$ の固有値が $-6+3i, -6-3i, -8.36, -3.16$ となるように設計したとき K, H は次のようになる.

$$K = \begin{bmatrix} -17.9 & 4.14 & -1.64 & 0.47 \\ 28.3 & -50.3 & 1.09 & -12.1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$H = \begin{bmatrix} 17.9 & -4.14 \\ -28.3 & 50.3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

また, $A + LC$ の固有値が $-12+4i, -12-4i, -14.36, -9.16$ となるように設計したときの L を L_1 , 固有値が $-20+5i, -20-5i, -22.36, -18.16$ となるように設計したときの L を L_2

とすると L_1, L_2 はそれぞれ

$$L_1 = \begin{bmatrix} -14.4 & -1.92 \\ 0.78 & -21.6 \\ -5.10 & 0.39 \\ 15.2 & -97.1 \end{bmatrix} \quad L_2 = \begin{bmatrix} -31.2 & -0.99 \\ 0.24 & -37.8 \\ -141 & 6.84 \\ 15.8 & -310 \end{bmatrix} \quad (12)$$

のようになる。

4 シミュレーション結果

L_1 を使った結果が図 1,2 に, L_2 を使った結果が図 3,4 に状態変数 $x(t)$ が実線, その推定値 $\hat{x}(t)$ が点線で示されている。ただし初期条件を $x(t)=[-0.698, 0, 0, 0]^T, \hat{x}(t)=[0, 0, 0, 0]^T$, ピッチ角及びヨー角の目標値を 0 とする。ピッチ角ヨー角共に時間が経過するにつれて $x(t)$ と $\hat{x}(t)$ が一致することが確認できる。また L_1 よりも L_2 の方が固有値の実部を負側に大きく設定した為, L_1 を使った時より推定の収束が早い。

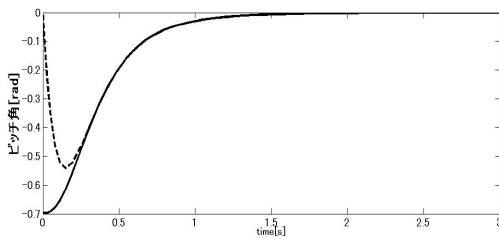


図 1 ピッチ角についてのシミュレーション結果 (L_1)

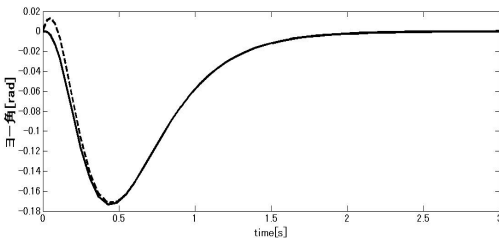


図 2 ヨー角についてのシミュレーション結果 (L_1)

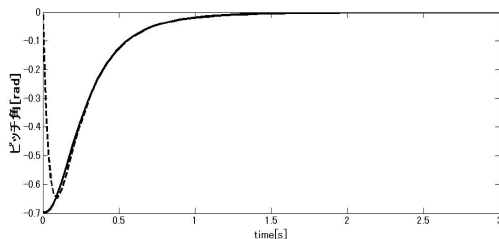


図 3 ピッチ角についてのシミュレーション結果 (L_2)

5 実験結果

L_1 を使った実験結果が図 5,6 に状態変数 $x(t)$ が実線, その推定値 $\hat{x}(t)$ が点線で示されている。

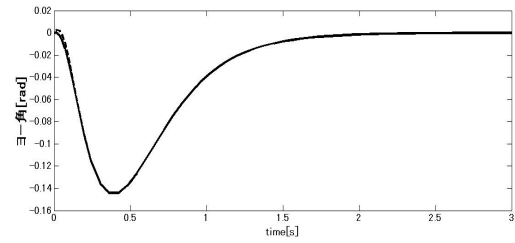


図 4 ヨー角についてのシミュレーション結果 (L_2)

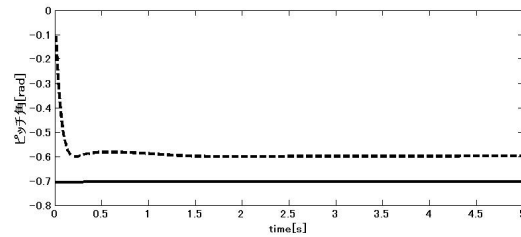


図 5 ピッチ角についての実験結果 (L_1)

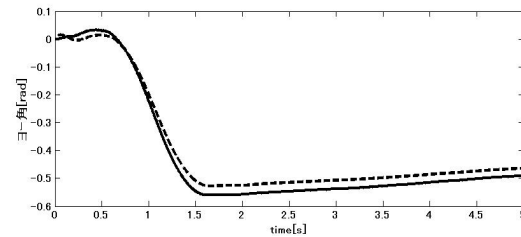


図 6 ヨー角についての実験結果 (L_1)

6 おわりに

本研究でオブザーバゲインの固有値次第で推定の収束を早めることがわかった。しかし、実験ではヘリコプターを上昇させることができなかった。この原因は積分器を使ってなかったことなどが挙げられる。今後積分器も使った制御系設計を行い、適切なゲインを求めて実験を行う必要がある。

参考文献

- [1] Quanser - 2 DOF Helicopter:
http://www.quanser.com/products/2dof_helicopter
- [2] 川田昌克:『MATLAB/Simulink による現代制御入門』, 東京, 森北出版株式会社 (2011)
- [3] 2007MI084 岩田歩:ヘリコプターの 2 自由度 PID 制御, 南山大学 (2011)
- [4] 2010SE216 高田将人, 2010SE011 浅井大地, 2010SE116 松田泰知:ヘリコプターにおけるオブザーバを用いた速度推定, 南山大学 (2014)