ディスクリプタ表現を用いたクレーンのロバスト制御

2011SE221 酒井利将 2011SE010 浅田陵平

指導教員：高見勲

1 はじめに

本研究で使用するジブクレーンは工場や建設現場, 港などで物資を運搬するために広く利用されている, クレーンは吊り荷を動かす時, ロープが長い場合はロープが振子のようにゆっくり振れ, ロープが短い時は速く振れる特性がある. また, 運搬の移動終了時に吊り荷に振動が発生しやすく, 高速で運搬することが困難である. ゆえに, 吊り荷の振動を抑えた自動制御が必要である. また, クレーンシステムには様々な特性変動が存在しており, 制御性能に影響を与えている. ゆえに, 安全にシステムを制御するためには, ロバスト性を保証することが必要であり, これまでに様々な研究が行われている.[1][2]

本研究ではジブクレーンに対するワイヤーの長さと吊り荷の質量という２つの特性変動に対してロバスト性を保証させ, クレーンの旋回を行う. ロバスト性を保証させる手法としては, ポリトープ表現を用いる.[3] また, 特性変動は非線形で表されるため, ポリトープ表現が複雑になる. ゆえに, ディスクリプタ表現を利用することでポリトープ表現を比較的容易にし, 制御系の設計を考える. [4]

また, ゲインスケジューリングによる制御性設計を行い, ポリトープ表現との性能の比較を行う.

2 制御対象とモデリング

ジブクレーンは吊り荷を吊るしているワイヤーの巻き上げを行うペイロードシステム, 滑車の並進運動を行うジブシステム, タワーアームの旋回を行うタワーの旋回を行うタワーシステムの３システムにより, ３次元空間内で吊り荷を任意の位置に運搬することができる実験用設備である. また, アームの根元と滑車の下方にある光学式エンコーダによってアームの旋回角度, 吊り荷の振れ角, 吊り荷のロープ長, 滑車の位置を観測できる. 本研究では, 滑車の位置は固定しペイロードシステムとタワーシステムの分散制御を行う. 分散制御の妥当性は論文 [4] で論じられている. そして, 吊り荷を安定させたまま, 任意の位置に運搬することを目的とする.

3 ペイロードシステムの制御

ペイロードシステムはジブの取り付けられているトロリーモータに電流を加えることによりリールを回転させてワイヤーを巻き上げ, 吊り荷の垂直位置を調整するシステムである. ペイロードシステムの概略図を図１に示し. モデリングに用いた変数及びパラメータを表１に示す.

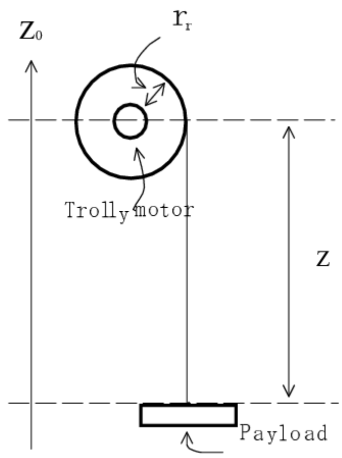

図１ Payload system

表１ 物理パラメータ

$Z(t)$	ペイロードの垂直位置 [m]	
$I_m(t)$	トロリーモータの入力電流 [A]	
m_p	吊り荷の質量 [kg]	0.147
g	重力加速度 [m/s^2]	9.81
$J_\phi(t)$	トロリーの慣性モーメント $[kg\cdot m^2]$	$3.2780e-006$
r_r	トロリーリールの半径 $[m]$	0.0148
K_z	トロリーモータのトルク定数 $[N\cdot m/A]$	0.7458

モデリングするにあたり, クーロン摩擦, 粘性摩擦は無視できるものと考える. 吊り荷の運動方程式は,

$$m_p\ddot{Z}(t)+\frac{J_\phi\ddot{Z}(t)}{r_r^2}=\frac{K_z}{r_r}I_m(t)-m_pg \tag{1}$$

$\ddot{Z}(t)$ は,

$$\ddot{Z}(t)=\frac{K_z}{r_r}\left(\frac{r_r^2}{m_pr_r^2+J_\phi}\right)u_z(t) \tag{2}$$

となる. 偏差の積分を $\int e(t)=r(t)-y(t)$ とし, 状態変数を,

$$\dot{x}_z(t)=\begin{bmatrix}Z(t) & \dot{Z}(t) & \int e(t)\end{bmatrix}^T \tag{3}$$

とした拡大系を構成すると以下のようになる.

$$\dot{x_z}(t)=A_zx_z(t)+B_zu_t(t) \tag{4}$$

$$A_z=\begin{bmatrix}A_z & 0\\ -C_z & 0\end{bmatrix},B_z=\begin{bmatrix}B_z\\ 0\end{bmatrix} \tag{5}$$

式（4）に対して最適レギュレータ理論を適用する. 評価関数 J_z を,

$$J_z=\int_0^\infty(x_z(t)^TQ_zx_z(t)+R_zu_z(t)^2)dt \tag{6}$$

とし,Q_z, R_z を以下のように与えることで, システムを制御した.

$$Q_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 15000 \end{bmatrix}, R_z = 1 \tag{7}$$

4　タワーシステムの制御

タワーシステムはタワーアームの接続部分に取り付けられたタワーアームのモータに電流を加える事によってタワーアームを旋回させ, 吊り荷の旋回位置を調整するシステムである. タワーシステムの概略図を図 2 に示し, 上方から図示したものを図 3 に示す. また, モデリングに用いた変数及びパラメータを表 1 に示す.

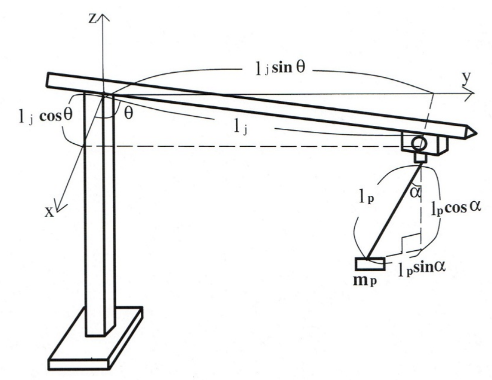

図 2　Tower system

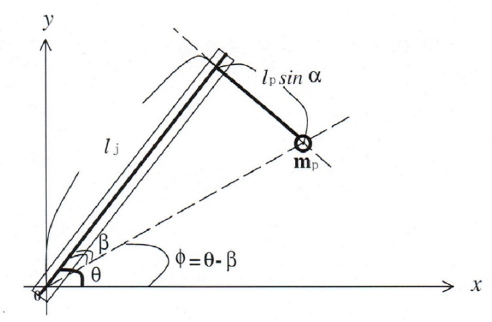

図 3　Top view of the tower system

表 2　物理パラメータ

$\theta(t)$	タワーの旋回角度（反時計回りを正）[rad]	
$\alpha(t)$	吊り荷の振れ角（鉛直方向から時計回りを正）[rad]	
$\phi(t)$	吊り荷の旋回角度（反時計回りを正）[rad]	
l_p	ワイヤーの長さ [m]	
$u_t(t)$	タワーの入力電流 [A]	
m_p	吊り荷の質量 [kg]	0.147
g	重力加速度 [m/s^2]	9.81
l_j	滑車の位置 [m]	0.75
J_a	a(t) の慣性モーメント [kg・m^2]	0
J_θ	タワーの慣性モーメント [kg・m^2]	0.8771
$\eta_{g\cdot\mathrm{t}}$	タワーモータのギア効率 [m]	0.75
$\eta_{m\cdot t}$	タワーモータ効率 [kgm^2]	1.0
K_t	タワーモータのトルク [kgm^2]	0.065

Euler-Lagrange 方程式より運動方程式を導出する.

Lagrange 関数 L は式 (9) で与えられる,

$$\begin{aligned} L =& \frac{1}{2} m_p(2l_pl_j\dot{\theta}(t)\dot{\alpha}(t)cos\alpha(t) + l_p^2\dot{\theta}(t)^2 \\ &+ l_p^2\dot{\alpha}(t)^2 + l_j^2\dot{\theta}(t)^2 - l_p^2\dot{\theta}(t)^2cos^2\alpha(t)) \\ &+ \frac{1}{2}J_\theta\dot{\theta}(t)^2 + m_pgl_pcos\alpha(t) \end{aligned} \tag{8}$$

Euler-Lagrange 方程式より運動方程式は，次式で与えられる．

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}(t)} - \frac{\partial L}{\partial\theta(t)} = K_tu_t(t) \tag{9}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\alpha}(t)} - \frac{\partial L}{\partial\alpha(t)} = 0 \tag{10}$$

ゆえに, 次式が導出できる.

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{m_pgl_j}{J_\theta}\alpha(t) + \frac{K_t}{J_\theta}u_t(t) \tag{11}$$

$$\ddot{\alpha}(t) = -\frac{g(m_pl_j^2 + J_\theta)}{J_\theta l_p}\alpha(t) - \frac{K_tl_j}{J_\theta l_p}u_t(t) \tag{12}$$

また,x 軸から反時計まわりを正としたときの吊り荷の旋回角度 $\phi(t)$ は式（13）となる.

$$\phi(t) = \theta(t) - \frac{l_p}{l_j}\alpha(t) \tag{13}$$

4.1　状態空間表現

状態空間表現は以下のように示される.

$$\dot{x}_t(t) = A_tx_t(t) + B_tu_t(t) \tag{14}$$

$$y_t(t) = C_tx_t(t) \tag{15}$$

ここで，状態変数 $x_t(t)^T$ を以下のように定義する.

$$x_t(t)^T = \begin{bmatrix} \theta(t) & \alpha(t) & \dot{\theta}(t) & \dot{\alpha}(t) \end{bmatrix} \tag{16}$$

また、係数行列は以下のようになる.

$$A_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{m_pgl_j}{J_\theta} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{g(m_pl_j^2 + J_\theta)}{J_\theta l_p} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_t = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{J_\theta} \\ -\frac{K_tl_j}{J_\theta l_p} \end{bmatrix}$$

$$C_t = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{l_p}{l_j} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで $y(t)$ を定常偏差なく追従させるため，拡大系の導出を行う．偏差の積分を $e(t)$ とし，拡大系の状態変数を

$$x_{te}(t)^T = \begin{bmatrix} \theta(t) & \alpha(t) & \dot{\theta}(t) & \dot{\alpha}(t) & e(t) \end{bmatrix} \tag{17}$$

と定義すると状態方程式の拡大系は次式となる.

$$\dot{x}_{te}(t) = A_{te}x_{te}(t) + B_{te}u_t(t) \tag{18}$$

$$y_{te}(t) = C_{te}x_{te}(t) \tag{19}$$

また、係数行列は以下のようになる．

$$A_{te} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{m_p g l_j}{J_\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{g(m_p l_j^2 + J_\theta)}{J_\theta l_p} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\dfrac{l_p}{l_j} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{te} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{K_t}{J_\theta} \\ -\dfrac{K_t l_j}{J_\theta l_p} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{te} = \begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{l_p}{l_j} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ここで $A_{te}(t)$ の係数行列に 2 つの不確かさ $\dfrac{1}{l_p}, l_p$ が混在するため，ポリトープ表現が難しい．そこで，ディスクリプタ表現を用いて不確かさを l_p のみにする．

5　ディスクリプタ表現

ディスクリプタ変数を

$$\tilde{x}_{te}(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) & \alpha(t) & \dot{\theta}(t) & \dot{\alpha}(t) & e(t) & \ddot{\alpha}(t) \end{bmatrix}^T \tag{20}$$

とすると，ディスクリプタ方程式の拡大系は次式となる．

$$\tilde{E}\dot{\tilde{x}}_{te}(t) = \tilde{A}\tilde{x}_{te}(t) + \tilde{B}_{te}u(t) \tag{21}$$

$$\tilde{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{te} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m_p g l_j}{J_\theta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -\frac{l_p}{l_j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_\theta + m_p l_j^2 g}{J_\theta} & 0 & 0 & 0 & l_p \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B}_{te} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t}{J_\theta} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_t l_j}{J_\theta} \end{bmatrix}$$

6　ポリトープ表現

システムのポリトープ表現を式（22）に示す．

$$\begin{gathered} \dot{x} = (\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\lambda_{i,j}A_{i,j})x(t) + (\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\lambda_{i,j}B_{i,j})u(t) \\ \lambda_{i,j} \geq 0, \sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\lambda_{i,j} = 1 \end{gathered} \tag{22}$$

式 (22) に状態フィードバック $u = Kx$ を施し，$X = P^{-1}$, $\mathrm{F} = KX \Leftrightarrow K = FK^{-1}$ とすると 2 次安定条件は次のようになる．

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\lambda_{i,j}(XA_{i,j}^T + A_{i,j}X + F^TB^T + BF) < 0, \forall\lambda_{i,j} \tag{23}$$

ロバスト性の保証のためには，上式のような無数の行列不等式を考えなければならない．しかし，今回のシステムはポリトープ型のため，端点である $l_{p \cdot min}= 0.1$ および $l_{p \cdot max} = 0.7$ の場合と $m_{p \cdot min} = 0.1$ および $m_{p \cdot max} = 1.0$ の場合を行列不等式を満足する共通の解 $P = P^T > 0$ が存在すれば，端点間でも安定も保証される．

7　制御器設計

タワーシステムの制御系を，最適レギュレータ理論に基づいて設計する．最適レギュレータ問題を LMI に帰着し，ワイヤーの長さについての変動に対しては，システムにポリトープ表現を用いることでロバスト安定化を実現する．重みは試行錯誤により次のように決めた．

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 0.15 \tag{24}$$

また角振動数の定義よりワイヤーの長さが最短となるとき，最も振れ止めしにくく，最も制御しにくい状態であると考えられる．ここで，$l_p = 0.1$ の場合，のフィードバックゲイン K とシステムの極を以下に示す．

$$K = \begin{bmatrix} -25.8 & -10.6 & -40.2 & 45.9 \end{bmatrix}$$

$$A + BK = \begin{bmatrix} -4.31 + 0.00i \\ -0.89 + 0.00i \\ -0.70 + 2.55i \\ -0.70 - 2.55i \end{bmatrix}$$

8　ゲインスケジューリング

ゲインスケジューリングは, 制御対象が変動する動作範囲をあらかじめ定めておき, 動作の変化に応じてコントローラのパラメーター番良いものに切り替えて制御する方法である. 今回, タワーシステムを動かす場合, ペイロードシステムも同時に動かすと, ワイヤーの長さ l_p が時間ごとに変動していくのでタワーシステムの特性パラメータが変動してしまう. そこで,l_p の変動を $0.1 \leq l_p \leq 0.7$

とあらかじめ定めておき, その最小, 最大の 2 つの端点を考える．今回, 変数変換 $F = KX$ を l_p に依存させ, ゲインスケジューリングを行う．F を,

$$F = F_0 + l_p F_1 \tag{25}$$

として上式の ｌ$_p$ の変動を考え,

$$\begin{aligned} F_{min} &= F_0 + l_p min F_1 \\ F_{max} &= F_0 + l_p max F_1 \end{aligned} \tag{26}$$

の 2 端点を考える. また K は

$$K = (F_0 + l_p F_1) X^{-1} \tag{27}$$

となる l_p と F の関係を図 4 に示す.

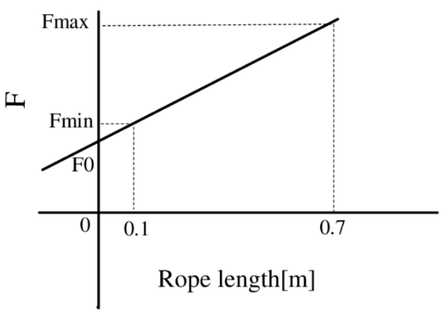

図 4　l_p と F の関係

9　シミュレーションと実験結果

ワイヤーの長さ l_p の巻き上げのシミュレーションと, 最適レギュレータ理論を用いて得られたゲイン K を実装し, ワイヤーの長さ l_p を 0.1[m] で固定させた場合と，ワイヤーの長さ l_p を 0.1[m]〜0.7[m] まで変動させた場合の, タワーアームを 0[rad] から $\pi[rad]$ まで旋回させたときのシミュレーションと実験結果を示す.

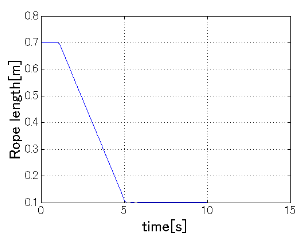

図 5　l_p の巻き上げのシミュレーション

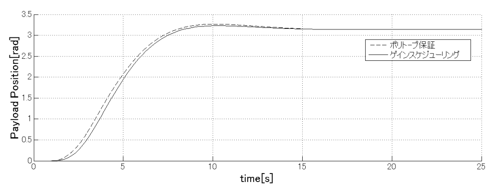

図 6　ポリトープとゲインスケジューリングのシミュレーション結果

シミュレーションの結果はほぼ一致していることが分かる．

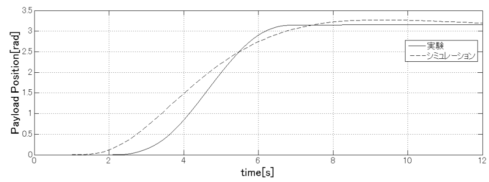

図 7　ワイヤーの長さ l_p を 0.1[m] の場合の実験結果とシミュレーション結果

シミュレーションの方がオーバーシュートが見られるため，モデルの更なる見直しが必要であるが，実験結果にオーバーシュートがあまり見られないため安全に制御出来ていることが分かる．

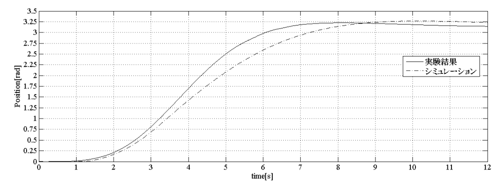

図 8　ワイヤーの長さ l_p を 0.1[m]〜0.7[m] まで変動させた場合の実験結果とシミュレーション結果

シミュレーションの方が目標追従に時間がかかるものの，オーバーシュートはあまり見られず，実験結果は目標追従にかかる時間は短いもののオーバーシュートが少し見られる．実験の結果を見ても安全に制御出来ていることが分かる．

10　参考文献

1. 高木, 西村:タワークレーンの起伏・旋回方向の分散制御, 日本機械学会論文集編（C 編）,65-640,4692/4699,1999
2. 高木, 西村:タワークレーンの吊り荷ロープ長変動を考慮したゲインスケジュールド制御, 日本機械学会論文集編（C 編）,64-626,3805/3812,1998
3. 大屋英稔, 萩野剛二郎:ポリトープ表現される不特定多入力システムに対するオブザーバ併合型 2 次コスト保証制御, 日本機械学会論文集,71 巻 710 号,No,04-0902,2005.
4. 陳幹・柴田浩:「ディスクリプタ表現の几長性を利用したシステム解析」 システム制御情報学会，Vol.47, No.5，pp.211 - 216，2003