

アンチロックブレーキングシステムのシステム同定と制御

2011SE015 千田悠人 2011SE039 林達也

指導教員：大石泰章

1 はじめに

アンチロックブレーキングシステム（以下 ABS）とは、自動車における運転支援システムの一つである。自動車では急ブレーキ時や低摩擦路でのブレーキ時に車輪が完全にスリップしてしまい、制動力がなくなってしまうという問題点がある。この状態をロックといい、これを改善するために ABS では車輪のロックをセンサーで事前に感知することによって、ブレーキを弱め車輪のロックを防ぎ車輪の回転を回復させ、ステアリング操作を可能とする。

本研究では、INTECO 社の The Laboratory Anti-lock Braking System[1] を考察対象とした。この実験機の制御に取り組んだ大石・遠山の研究 [2] において、シミュレーションで得られた結果と実験機で得られた結果の間に差があることが確認できた。これについて本研究ではシミュレーションで用いたパラメータと実験機の間はずれがあるのではないかと考え、最小二乗法を用いたパラメータ同定を行い、その結果に基づいて制御を行う。

2 実験機とそのモデル化

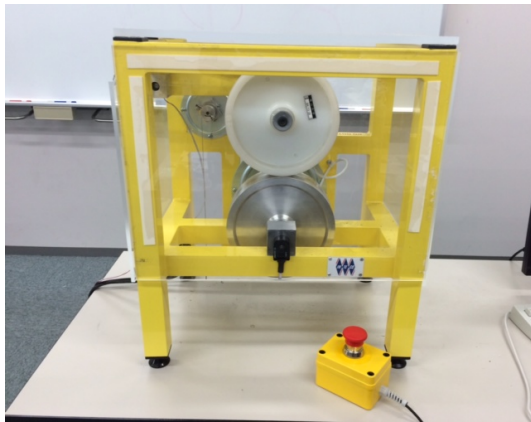


図1 INTECO 社のアンチロックブレーキングシステム実験機

本研究の考察対象である INTECO 社の The Laboratory Anti-lock Braking System は、自動車の 4 分の 1 に相当する装置であり、一般的に自動車に搭載されている ABS が油圧で駆動しているのに対し、直流モーターで駆動する。図 1 に示すように上部車輪と下部車輪で構成されており、それぞれ自動車の車輪と路面を表している。

この実験機を図 2 のようなシステムとしてとらえ、文献 [3] に従ってモデル化する。ただし表 1 の記号を使う。

表 1 で定義した記号に加えスリップ率を

$$\lambda = \frac{r_2 x_2 - r_1 x_1}{r_2 x_2} \quad (1)$$

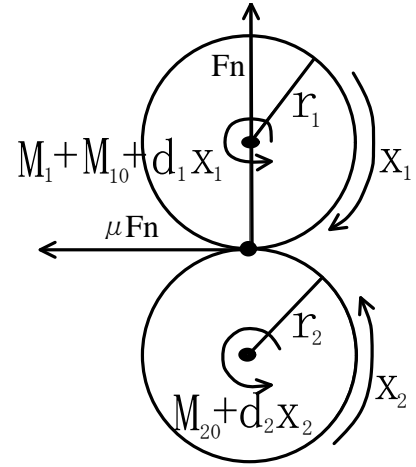


図2 実験機の概略図

表 1 制御対象のモデリングに用いる記号

上部車輪の角速度	x_1 [rad/s]	—
下部車輪の角速度	x_2 [rad/s]	—
上部車輪の半径	r_1 [m]	0.099
下部車輪の半径	r_2 [m]	0.101
上部車輪の慣性モーメント	J_1 [kgm ²]	0.00753
下部車輪の慣性モーメント	J_2 [kgm ²]	0.0256
上部車輪の摩擦力	M_{10} [Nm]	—
下部車輪の摩擦力	M_{20} [Nm]	—
上部車輪の粘性摩擦係数	d_1 [kgm ² /s]	—
下部車輪の粘性摩擦係数	d_2 [kgm ² /s]	—
車輪間の摩擦係数	μ (λ)	—
ブレーキトルク	M_1 [Nm]	—
垂直効力	F_n [N]	—

と定義する。ただし、式 (1) は右辺の分子が車体速度 $r_2 x_2$ と車輪速度 $r_1 x_1$ の差、すなわち滑りを示しており、分母は車体速度を示している。スリップ率が 0 のときは上部車輪が下部車輪に対して滑ることなく回転している状態を表し、スリップ率が 1 のときは上部車輪が完全にロックされている状態を示す。下部車輪のモータで設定した回転数まで加速した後、上部車輪のブレーキによって目標のスリップ率に制御する。なお本研究ではスリップ率の目標値を 0.2 とする。

上部車輪と下部車輪に対する運動方程式はそれぞれ

$$J_1 \dot{x}_1 = F_n r_1 \mu(\lambda) - d_1 x_1 - M_{10} - M_1, \quad (2)$$

$$J_2 \dot{x}_2 = -F_n r_2 \mu(\lambda) - d_2 x_2 - M_{20} \quad (3)$$

である。

式 (1), (2), (3) よりスリップ率の微分を計算すると

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & -\frac{1}{x_2} \left[\frac{r_1^2}{J_1 r_2} + \frac{r_2}{J_2} (1 - \lambda) \right] F_n \mu(\lambda) \\ & + \frac{r_1}{J_1 r_2 x_2} (M_1 + M_{10}) + \frac{d_1 (1 - \lambda)}{J_1} \\ & - \frac{d_2 (1 - \lambda)}{J_2} - \frac{(1 - \lambda) M_{20}}{x_2 J_2} \quad (4) \end{aligned}$$

となる。

式 (4) で $\mu(\lambda)$ は λ の非線形な関数であるので、平衡点を (λ^*, M_1^*) としてそのまわりでテイラー展開を行い

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = & \left[\frac{1}{x_2} \left(-\frac{r_1^2}{J_1 r_2} F_n \frac{\partial \mu(\lambda^*)}{\partial \lambda} + \frac{r_2}{J_2} F_n \mu(\lambda^*) \right) \right. \\ & - \frac{r_2}{J_2} (1 - \lambda^*) F_n \frac{\partial \mu(\lambda^*)}{\partial \lambda} - \frac{d_1}{J_1} + \frac{d_2}{J_2} \\ & \left. + \frac{M_{20}}{J_2 x_2} \right] (\lambda - \lambda^*) + \frac{r_1}{J_1 r_2 x_2} (M_1 - M_1^*) \quad (5) \end{aligned}$$

のように線形化する。ただし λ^* をスリップ率の目標値、 M_1^* をブレーキトルクの目標値とする。

パラメータ $\alpha_1, \alpha_2, \beta$ を

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & \left(-\frac{r_1^2}{J_1 r_2} F_n \frac{\partial \mu(\lambda^*)}{\partial \lambda} \lambda + \frac{r_2}{J_2} F_n \mu(\lambda^*) + \right. \\ & \left. - \frac{r_2}{J_2} (1 - \lambda^*) F_n \frac{\partial \mu(\lambda^*)}{\partial \lambda} \right) + \frac{M_{20}}{J_2}, \\ \alpha_2 = & -\frac{d_1}{J_1} + \frac{d_2}{J_2}, \\ \beta = & \frac{r_1}{J_1 r_2} \end{aligned}$$

のように定めると、

$$\dot{\lambda} = \frac{\alpha_1}{x_2} (\lambda - \lambda^*) + \alpha_2 (\lambda - \lambda^*) + \frac{\beta}{x_2} (M_1 - M_1^*)$$

と表すことができる。さらに $\gamma = M_1^* \beta$ とかくと、求めるべきパラメータは $\alpha_1, \alpha_2, \beta, \gamma$ の4つであり、 $\dot{\lambda}$ の式は次のように書きかえられる：

$$\dot{\lambda} = \frac{\alpha_1}{x_2} (\lambda - \lambda^*) + \alpha_2 (\lambda - \lambda^*) + \frac{M_1}{x_2} \beta - \frac{\gamma}{x_2}. \quad (6)$$

これは未知パラメータ $\alpha_1, \alpha_2, \beta, \gamma$ に対して線形なので $\dot{\lambda}, \lambda, M_1, x_2$ のデータがあればこれらを推定することができる。

3 パラメータ同定

ここでは実験機に付属しているデモコントローラを用いて実験機を16回動作させ、サンプル周期0.01[s]として λ, x_2 のデータを2049個測定した。ただしこのデモコントローラでは、実験機の上部車輪の回転速度が1054rpmになった時点でブレーキがかかるように設定されている。

ブレーキトルク M_1 は式 (2), (3) の運動方程式から

$$M_1 = -\left(\frac{r_1}{r_2} J_2 \dot{x}_2 + J_1 \dot{x}_1 \right) \quad (7)$$

となる。なおここでは粘性摩擦係数は非常に小さい値となるので無視できるものとした。

最後に $\dot{\lambda}$ は λ のデータから以下の三点微分 [5] を使って求める：

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}(t_1) &= \frac{-3\lambda(t_1) + 4\lambda(t_2) - \lambda(t_3)}{2h}, \\ \dot{\lambda}(t_i) &= \frac{\lambda(t_{i+1}) - \lambda(t_{i-1}))}{2h} \quad (i = 2, 3, \dots, k-1), \\ \dot{\lambda}(t_k) &= \frac{-3\lambda(t_{k-2}) + 4\lambda(t_{k-1}) - 3\lambda(t_k)}{2h}. \end{aligned}$$

なおこの三点微分は、前進差分近似や後進差分近似と比較し2点間の時間間隔が2倍であるため、チャタリングが生じにくいという利点がある。

式 (6) を各サンプル時刻 t_i ($i = 1, 2, \dots, k$) に対して使うと

$$\dot{\lambda}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_2(t_1)}(\lambda(t_1) - \lambda^*) & (\lambda(t_1) - \lambda^*) \\ \frac{1}{x_2(t_2)}(\lambda(t_2) - \lambda^*) & (\lambda(t_2) - \lambda^*) \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{x_2(t_k)}(\lambda(t_k) - \lambda^*) & (\lambda(t_k) - \lambda^*) \\ \frac{1}{x_2(t_1)} M_1(t_1) & -\frac{1}{x_2(t_1)} \\ \frac{1}{x_2(t_2)} M_1(t_2) & -\frac{1}{x_2(t_2)} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{x_2(t_k)} M_1(t_k) & -\frac{1}{x_2(t_k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (8)$$

が得られる。以下未知パラメータを

$$m = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$

と定義する。

また、データをまとめた式 (8) の係数行列を

$$L = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_2(t_1)}(\lambda(t_1) - \lambda^*) & (\lambda(t_1) - \lambda^*) \\ \frac{1}{x_2(t_2)}(\lambda(t_2) - \lambda^*) & (\lambda(t_2) - \lambda^*) \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{x_2(t_k)}(\lambda(t_k) - \lambda^*) & (\lambda(t_k) - \lambda^*) \\ \frac{1}{x_2(t_1)} M_1(t_1) & -\frac{1}{x_2(t_1)} \\ \frac{1}{x_2(t_2)} M_1(t_2) & -\frac{1}{x_2(t_2)} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{1}{x_2(t_k)} M_1(t_k) & -\frac{1}{x_2(t_k)} \end{bmatrix}$$

と定義する。データ数 k は $k = 2049$ である。

このデータに対し最小二乗法を用いることにより未知である $\alpha_1, \alpha_2, \beta, \gamma$ の値をそれぞれ求めた。

行列 L 中の測定データには誤差が含まれるので、式 (8) を完全に満足するような m を求めることは困難である。そこで、二乗誤差の総和

$$E = \|Lm - \dot{\lambda}\|^2 = (m^T L^T - \dot{\lambda}^T) (Lm - \dot{\lambda}) \quad (9)$$

が最小になるよう m を定めると

$$m = (L^T L)^{-1} L^T \lambda \quad (10)$$

である。式 (10) を使って、未知パラメータを求めると

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.6 \\ 0 \\ 66.1 \\ 1162.6 \end{bmatrix} \quad (11)$$

が得られた。また、ここで得た γ を β で割ると

$$M_1^* = 17.5885 \quad (12)$$

が得られる。

ここで得られたパラメータがこの実験において妥当であるかどうか調べるために、式 (6) の左辺と得られたパラメータを用いて求めた右辺とを比較したものを図 3 に示す。

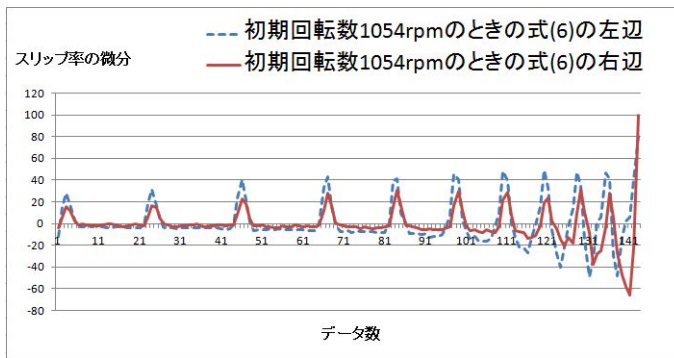


図 3 初期回転数 1054rpm のときの実験データ

図 3 ではピーク値、グラフの挙動ともに左辺と右辺ではほぼ一致したので、求めたパラメータはこの実験において妥当であるとわかる。

4 求めた値の確認

3章で求めたパラメータは初期回転数 1054rpm のときのものであるが、初期回転数がいつもその値であるとは限らない。そこで初期回転数 790rpm と 1317rpm にしたときに 3章で求めたパラメータの値が妥当かどうか調べる。

まず初期回転数を 1054rpm から 790rpm に変え、実験データをとった。ここでは求めたパラメータの値を確認するために先ほど初期回転数 1054rpm のときに求めたパラメータの値 (11) を用いる。

式 (6) の右辺と左辺の値を図 3 のように重ね合わせ図示し比較することにより確認した。図 4 より先ほどと同様グラフのピーク値とグラフの挙動がほぼ一致していることが確認できた。

次に初期回転数を 1317rpm に変え、実験データをとった。ここでも求めたパラメータの値を確認するため、先ほどと同様初期回転数 1054rpm のときに求めたパラメータの値 (11) を用いる。

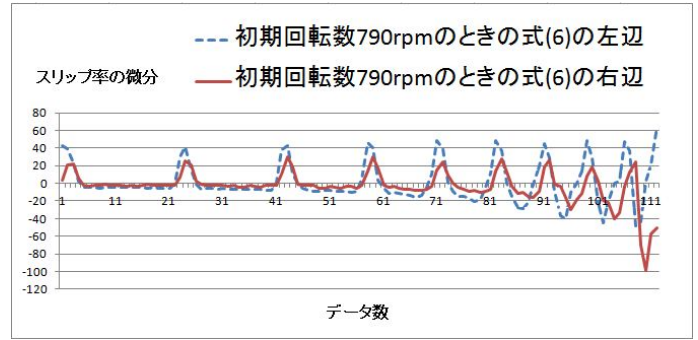


図 4 初期回転数 1054rpm で求めたパラメータを初期回転数 790rpm に適用して得た実験データ

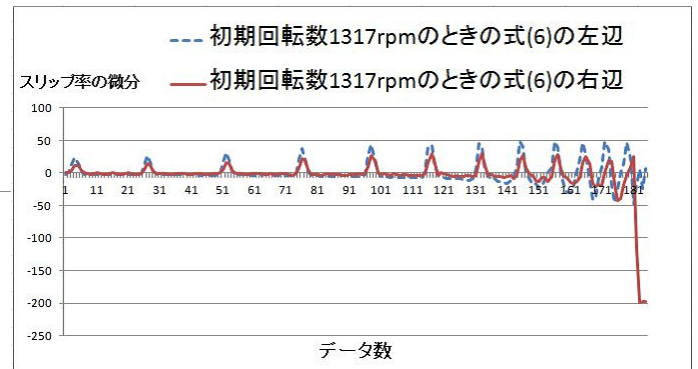


図 5 初期回転数 1054rpm で求めたパラメータを初期回転数 1317rpm に適用して得た実験データ

図 5 より先ほどと同様グラフのピーク値とグラフの挙動がほぼ一致していることが確認できた。

以上の実験により、求めたパラメータは初期回転数 790rpm から 1317rpm の範囲において妥当性があると結論付けた。

5 制御器設計

サーボシステムを構成するため状態変数を

$$x = \begin{bmatrix} \int (\lambda - \lambda^*) dt \\ \lambda - \lambda^* \end{bmatrix} \quad (13)$$

とし、状態空間表現は

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (14)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{\alpha_1}{x_2} + \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\beta}{x_2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

とする。次に最適レギュレータ問題の可解条件を、LMI 条件で表現し [5]、スリップ率を目標値に追従させる。

用いるリッカチ不等式は

$$P_{\text{opt}}(A+BK_{\text{opt}}) + (A+BK_{\text{opt}})^T P_{\text{opt}}^T + K_{\text{opt}}^T R K_{\text{opt}} + Q < 0 \quad (17)$$

である。

本研究においては式 (15), (16) に変数 x_2 が含まれているため, 車体速度 $r_2 x_2$ は 10 km/h から 50 km/h の範囲で変動するものと考えてロバスト性を保証する. すなわち 10 km/h における行列 A, B をそれぞれ A_{\min}, B_{\min} とし, 50 km/h における行列 A, B を A_{\max}, B_{\max} とする.

$X = P^{-1}$, $F = KX$ としてシュールの補題を適用すると,

$$\begin{bmatrix} -\text{He}[A_{\min}X + B_{\min}F] & XQ & F^T R \\ QX & Q & 0 \\ RF & 0 & R \end{bmatrix} \succ 0, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} -\text{He}[A_{\max}X + B_{\max}F] & XQ & F^T R \\ QX & Q & 0 \\ RF & 0 & R \end{bmatrix} \succ 0, \quad (19)$$

$$X \succ 0 \quad (20)$$

が得られる.

また, X^{-1} の上界に相当する Z を導入し, シュールの補題を再び適用すると

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X \end{bmatrix} \succ 0 \quad (21)$$

となる.

これらの (18), (19), (20) の LMI 条件および (21) を満足する $X = X^T \succ 0$, F が存在する範囲で $\text{trace}[Z]$ を最小化する. ここで適切な重み Q と R を調節し, ゲイン K を求めた.

6 シミュレーションと実験結果

5章で設計した制御器を用いてシミュレーションと実機実験を行う際に x_2 は実機実験で得られた値を用い, 文献 [2] の実機実験の結果と比較するために初期回転速度 1317rpm とした. また, デューティ比への変換の式を用いて, 入力はデューティ比とした [6]. そのシミュレーションと実機実験の結果を合わせたものが図 6 である. 図 6 を見るとシミュレーションでは 0.5 秒でスリップ率 0.2 に到達しているが, 実機実験では 0.1 秒あたりで 0.2 で到達しており, 実機の方が良好な結果が出ている. この様に立ち上がりでシミュレーションと実機にずれが生じている, これについてはシミュレーションで使った m ファイルで実機について考慮できていない点があると考えられる. そこから 1.5 秒あたりまではスリップ率 0.1 から 0.3 までの範囲に収まっているため良好な制御ができていると言えるが, 1.5 秒以降に速度が遅くなるにつれてスリップ率 0.1 から 0.3 に収まらなくなり制御できていないことが確認できた. このためよりよいパラメータを求める必要があると考えられる.

7 おわりに

本研究の目的は文献 [2] の結果をよりよく改善させることであった. ここでは特に制御対象のモデリングに用い

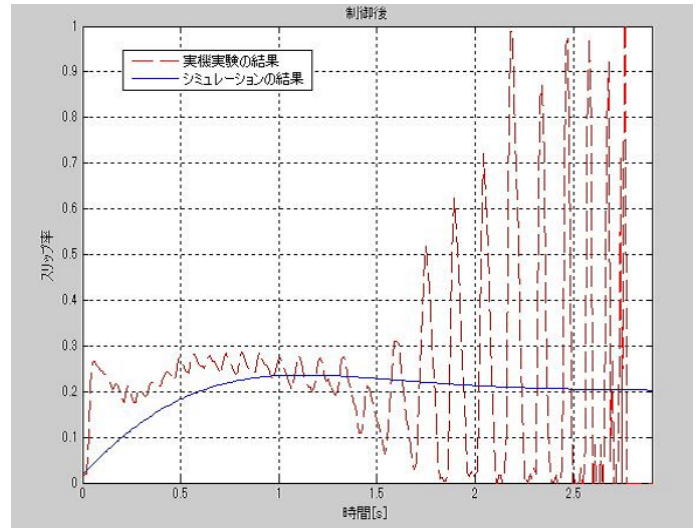


図 6 シミュレーションと実機実験の結果

るパラメータが不確かではないかと考え, 最小二乗法を用いることにより, 既知パラメータから未知パラメータを推定した. このパラメータについて回転速度を 1054rpm, 790rpm, 1317rpm それぞれの場合において妥当性を確認した. このことにより信頼のおけるパラメータが得られたため, 車体速度 10 km/h から 50 km/h の範囲でロバスト性を保証するため, LMI を用いて制御設計を行いシミュレーションを行った. またそれに基づいて実験機を動かした. その実機実験の結果である図 6 と文献 [2] を比較した. 図 6 では 1.5 秒までスリップ率が 0.1 から 0.3 の範囲に収まっているのに対し, 文献 [2] では約 0.9 秒の時点でスリップ率 0.3 を超えており, 振幅も文献 [2] の方が大きいことが確認できたため, この点に関しては改善できると言える. 一方で速度が下がった際に良好な制御ができない点は改善できなかった.

参考文献

- [1] INTECO 社ホームページ.
<http://www.inteco.com.pl/>
- [2] 大石直人・遠山智孝: 「アンチロックブレーキングシステムのロバスト制御」. 南山大学情報理工学部卒業論文, 2014.
- [3] INTECO: *The Laboratory Anti-lock Braking System User's Manual*.
- [4] 川田昌克: 『MATLAB/Simulink と実機で学ぶ制御工学』. TechShare, 東京, 2013.
- [5] 川田昌克: 『MATLAB/Simulink による現代制御入門』. 森北出版, 東京, 2011.
- [6] 筒井俊行: 「アンチロックブレーキングシステムのスライディングモード」. 南山大学情報理工学部卒業論文, 2015.