フレキシブルアームの制御

2011SE136 小島涼平
指導教員：陳幹

1 はじめに

フレキシブルアームは高度の精度も要求される状況において, 例えば軽量化によってアームの剛性が低下しそれまで起きなかった振動が発生すると, 性能低下につながってしまう. それは制御によって抑制する必要がある [1].

制御対象はフレキシブルリンクモジュールを取り付けたSRV02 プラントである. 本研究では論文 [1] に対して減衰振動を考慮したモデリングを行い, 最適サーボシステムによって追従性能の改善を目的とする.

2 モデリング

2.1 モデリング

図 1 に制御対象である 1 自由度のフレキシブルリンクの俯瞰モデルを示す. 制御対象はトルクを加えた時, 根本のハブ (モータ) が θ だけ回転し, そこから先端部がばねの力のみによって α だけ回転する.

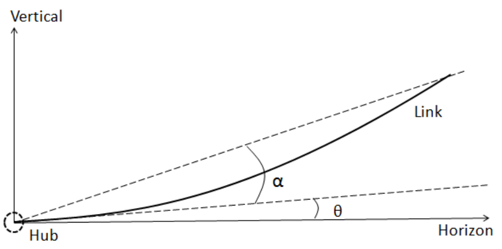

図 1 フレキシブルリンクの俯瞰モデル

モータの仕様書と論文 [2] より, 入力電圧 V と負荷出力トルク τ の関係は次式になる. 変数の詳細は表 1 に示す.

$$\tau = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g (V - K_g K_m \dot{\theta})}{R_m} \quad (1)$$

制御対象の運動エネルギー T はハブとリンクに存在し, ポテンシャルエネルギー U はばねのみに存在している. またラグラジアン L は以下となる.

$$T = \frac{1}{2} J_{eq} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_{Link} (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} K_{Stiff} \alpha^2 \quad (3)$$

$$L = \frac{1}{2} J_{eq} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_{Link} (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 - \frac{1}{2} K_{Stiff} \alpha^2 \quad (4)$$

これより θ, α を一般化座標として, オイラー・ラグランジュの運動方程式を得る. ここで $-B_{eq}\dot{\theta}$ は摩擦についての項であり,$-c\dot{\alpha}$ は減衰振動についての項 (減衰項) である.

$$\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{\theta}}\right) - \frac{\delta L}{\delta \theta} = \tau - B_{eq}\dot{\theta} \quad (5)$$

$$\frac{\delta}{\delta t}\left(\frac{\delta L}{\delta \dot{\alpha}}\right) - \frac{\delta L}{\delta \alpha} = -c\dot{\alpha} \quad (6)$$

2.2 減衰振動

本研究では制御対象の減衰振動を考慮する. 論文 [2] より剛性 K_{Stiff}, 減衰比 ζ(臨界減衰係数 c_c 分の減衰係数 c) から減衰係数 c は以下となる.

$$K_{Stiff} = \omega_d^2 J_{Link} = 1.722 \quad (7)$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{J_{Link} K_{Stiff}}}$$

$$c = 0.158 \quad (8)$$

表 1 制御対象のパラメータ

記号	詳細	値
η_g	ギヤボックス効率	0.9
η_m	モータ効率	0.69
K_t	モータトルク定数	0.00767[Nm/A]
K_g	システムギヤ比	70
J_{eq}	ハブでの等価慣性モーメント	0.002[kgm^2]
R_m	電機子抵抗	2.6[Ω]
B_{eq}	等価粘性減衰係数	0.004[Nm/(rad/s)]
K_m	逆起電力係数	0.00767[V/(rad/s)]
L	フレキシブルリンク長さ	0.43[m]
M	フレキシブルリンク質量	0.065[kg]
ω_d	減衰固有角振動数	20.735
ζ	減衰比	0.9517
J_{Link}	リンクの慣性モーメント	0.004
K_{Stiff}	剛性	1.722

2.3 制御対象の状態空間表現

式 (1),(5),(6) からシステムの状態空間表現は次式となる. ただし出力は θ, α である.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K_{Stiff}}{J_{eq}} & -S & \frac{c}{J_{eq}} \\ 0 & -\frac{K_{Stiff}(J_{eq}+J_{Link})}{J_{eq}J_{Link}} & S & -\frac{c(J_{eq}+J_{Link})}{J_{eq}J_{Link}} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{J_{eq} R_m} \\ -\frac{\eta_m \eta_g K_t K_g}{J_{eq} R_m} \end{bmatrix} u \quad (9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (10)$$

ここでシステムの状態ベクトル x, 制御入力 u, $\dot{\theta}$ の係数 S は以下である.

$$x = \begin{bmatrix} \theta & \alpha & \dot{\theta} & \dot{\alpha} \end{bmatrix}^T$$

$$u = V$$

$$S = \frac{\eta_m \eta_g K_t K_g^2 K_m + B_{eq} R_m}{J_{eq} R_m}$$

3　コントローラ設計

3.1　最適サーボシステムのコントローラ設計

最適サーボシステム [3](詳しくは [4]) を設計するために, 式 (9),(10) を状態方程式

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{11}$$

とする. ここで定常値 $x_\infty, u_\infty, w_\infty$ からの変動を

$$\tilde{x}_e = \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{w}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_\infty \\ w_\infty \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\tilde{u}(t) = u(t) - u_\infty \tag{13}$$

と定義すると, 以下の拡大偏差システムを得る.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_e(t) = A_e\tilde{x}_e(t) + B_e\tilde{u}(t) \\ e(t) = C_e\tilde{x}_e(t) \end{cases} \tag{14}$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & O \\ -C & O \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} B \\ O \end{bmatrix}, C_e = \begin{bmatrix} -C & O \end{bmatrix}$$

次に評価関数

$$J = \int_0^\infty \left(\tilde{x}_e(t)^T Q_e \tilde{x}_e(t) + \tilde{u}(t)^T R_e \tilde{u}(t) \right) dt \tag{15}$$

$$Q_e = \begin{bmatrix} C^T Q_{11} C & O \\ O & Q_{22} \end{bmatrix}$$

を最小化する以下のコントローラを得る.

$$\tilde{u}(t) = K_e\tilde{x}_e(t), \quad K_e = \begin{bmatrix} K & G \end{bmatrix} = -R_e^{-1}B_e^T P_e \tag{16}$$

$$\begin{aligned} u(t) &= Kx(t) + G\int_0^t e(t)dt \\ &+ \begin{bmatrix} -K + 2GP_{22}^{-1}P_{12}^T & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & O \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O \\ I \end{bmatrix} y^{ref}(t) \\ &- 2GP_{22}^{-1}P_{12}^T x_0 \end{aligned} \tag{17}$$

$$K = -R_e^{-1}B^T P_{11}, G = -R_e^{-1}B^T P_{12}$$

4　シミュレーションと実験

4.1　重みの設定

評価関数 (15) について定義 (12) から

$$J = \int_0^\infty \left(Q_{11}e(t)^2 + Q_{22}\tilde{w}(t)^2 + R_e\tilde{u}(t)^2 \right) dt \tag{18}$$

となる. よって重みは以下を考慮すればよい.

$$Q_{11} > 0, \quad Q_{22} > 0, \quad R_e > 0 \tag{19}$$

4.2　追従性能の確認

重みを $Q_{11} = 20, Q_{22} = 700, R_e = 1$ とするとゲインは

$$K_e = \begin{bmatrix} -8.9701 & -4.5691 & -0.57455 & -0.40571 & 26.458 \end{bmatrix}$$

となる. 減衰項の影響と追従性能の確認のためにシミュレーション及び実験を行った. その減衰項の影響の比較を図 2 に示す. 図 2 は θ に対する PID コントローラによる, 減衰項を含むモデルと含まないモデルの比較である. ただし目標値を $\pi/2$ として α はコントロールしていない.2 つのモデルの波形はほぼ一致している.

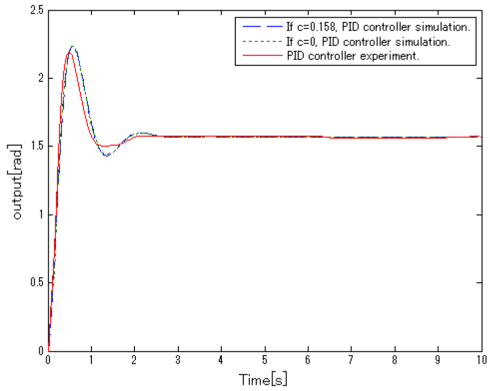

図 2　減衰項の影響の比較

次に異なるコントローラによる追従性能の比較を図 3 に示す. 図 3 は本研究と論文 [1] のコントローラでの追従性能の比較であり, 目標値は $\pi/4$ とした. 本研究のコントローラを使用した方が速く目標値に到達し安定している.

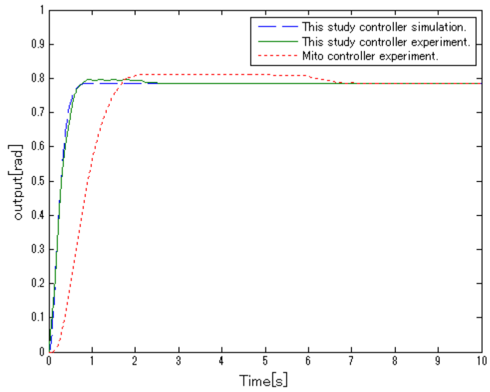

図 3　異なるコントローラによる追従性能の比較

5　終わりに

本研究では減衰振動を考慮したモデリングと, 最適サーボシステムでのコントローラ設計を行った. 図 3 から, 論文 [1] と比べ追従性能は改善された. しかし図 2 より,2 つの波形に違いがなく, 減衰項による影響はほとんどない. よってこの制御対象に対して, 減衰振動に関する項は無視できる.

参考文献

[1] 水戸健詞:最適レギュレータによるフレキシブルアームの制振制御, 南山大学数理情報学部 2010 年度卒業論文 (2010).

[2] 松井祐介, 三輪有弘:フレキシブルアームに対する H_2 制御によるロバスト安定化, 南山大学情報理工学部 2012 年度卒業論文 (2012).

[3] 川田昌克:MATLAB/Simulink による現代制御入門, 森北出版,pp.169–174(2011).

[4] 池田, 須田:積分型最適サーボ系の構成, 計測自動制御学会,Vol.24,No.1,pp.40–46(1988).