

2 自由度ヘリコプタの最適制御

—多入力多出力系における相互干渉への対処—

2011SE157 松岡浩司

指導教員：大石泰章

1 はじめに

多入力多出力系では入力間で相互干渉による悪影響が発生する。本研究では相互干渉を、考慮する集中制御*1、考慮しない分散制御*2、打ち消す機能を付け加えた分散制御 [1] で制御器設計を行う。そして、シミュレーション・実機実験を通して、ステップ状の目標軌道とランプ状の目標軌道に追従させることにより、制御理論の有効性を検証する。

2 制御対象

本研究で用いる 2 自由度ヘリコプタ [2] の概略を図 1 に示す。2 自由度ヘリコプタは前後に 2 つのプロペラを持つ。前部のプロペラは入力電圧 $V_{m,p}$ [V] を与えピッチ軸の角度 θ [rad] を測定し、ヘリコプタ頭部の上下運動を制御する。後部のプロペラは入力電圧 $V_{m,y}$ [V] を与えヨー軸の角度 ψ [rad] を測定し、ヘリコプタの左右運動を制御する。ただし、これらの関係は完全に独立ではなく、相互干渉が発生すると考えられる。

3 モデリング

2 自由度ヘリコプタの微分方程式 [2] を用いて、状態変数 $x(t) = [\theta(t) \ \psi(t) \ \dot{\theta}(t) \ \dot{\psi}(t)]^T$ 、入力 $u(t) = [V_{m,p} \ V_{m,y}]^T$ とすると、集中制御の状態空間表現

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -18.85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6.73 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4.81 & 0.16 \\ 0.46 & 1.52 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases} \quad (1)$$

を得る。つぎに、相互干渉を無視し分散制御の状態空間表現を導出する。状態変数 $x_p(t) = [\theta(t) \ \dot{\theta}(t)]^T$ 、入力 $u_p(t) = V_{m,p}$ とするとピッチ角の状態空間表現

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -18.85 \end{bmatrix} x_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 4.81 \end{bmatrix} u_p(t), \\ y_p(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_p(t) \end{cases} \quad (2)$$

を得る。同様に、状態変数 $x_y(t) = [\psi(t) \ \dot{\psi}(t)]^T$ 、入力 $u_y(t) = V_{m,y}$ とするとヨー角の状態空間表現

$$\begin{cases} \dot{x}_y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -6.73 \end{bmatrix} x_y(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.52 \end{bmatrix} u_y(t), \\ y_y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x_y(t) \end{cases} \quad (3)$$

を得る。式 (1)~(3) は可制御・可観測である。

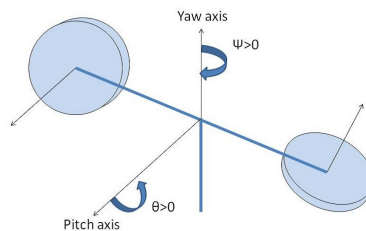


図 1 2 自由度ヘリコプタの概略

4 制御器設計

4.1 相互干渉を考慮する集中制御

式 (1) の拡大系偏差システムを構成する。拡大系の状態変数を $x_e(t) = [\theta(t) \ \psi(t) \ \dot{\theta}(t) \ \dot{\psi}(t) \ \int e_\theta(t)dt \ \int e_\psi(t)dt]^T$ とすると、集中制御の拡大系偏差システム

$$\dot{x}_e(t) = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & O \end{bmatrix} x_e(t) + \begin{bmatrix} B \\ O \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} O \\ I \end{bmatrix} r(t)$$

を得る。ただし、 e_θ と e_ψ はそれぞれ θ と ψ における目標値からの偏差、 r は目標値である。

つぎに、最適サーボ理論 [3] により制御器設計を行う。任意の重み行列 Q と R に対して定義される評価関数

$$J = \int_0^\infty [x_e(t)^T Q x_e(t) + u(t)^T R u(t)] dt$$

を最小化するように、コントローラ K を設計することを考える。ここでは、この問題を線形行列不等式 (LMI) へ帰着させることにより K を算出する。LMI 条件

$$\begin{bmatrix} -[(AX + BF) + (AX + BF)^T] & XQ & F^T R \\ QX & Q & O \\ RF & O & R \end{bmatrix} \succ 0, \quad \begin{bmatrix} Z & I \\ I & X \end{bmatrix} \succ 0$$

のもとで $\text{trace}[Z]$ を最小化し $K = -FX^{-1}$ により、ステップ状の目標軌道およびランプ状の目標軌道に追従させるそれぞれのコントローラ

$$K = \begin{bmatrix} -43.80 & -3.04 & -21.67 & -1.81 & 19.95 & 1.42 \\ 3.21 & -44.18 & 0.83 & -22.01 & -1.42 & 19.95 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$K = \begin{bmatrix} -272.12 & -0.04 & -146.49 & -0.13 & 150.02 & 0.04 \\ 0.34 & -78.81 & -0.88 & -41.91 & -0.13 & 40.01 \end{bmatrix} \quad (5)$$

を得た。

4.2 相互干渉を考慮しない分散制御

式 (2), (3) の拡大系偏差システムを構成する。拡大系の状態変数をそれぞれ $x_{pe}(t) = [\theta(t) \ \dot{\theta}(t) \ \int e_\theta(t)dt]^T$, $x_{ye}(t) = [\psi(t) \ \dot{\psi}(t) \ \int e_\psi(t)dt]^T$ とするとピッチ角、ヨー角の拡大系偏差システム

$$\dot{x}_{pe}(t) = \begin{bmatrix} A_p & O \\ -C_p & 0 \end{bmatrix} x_{pe}(t) + \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix} u_p(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r_p(t),$$

$$\dot{x}_{ye}(t) = \begin{bmatrix} A_y & O \\ -C_y & 0 \end{bmatrix} x_{ye}(t) + \begin{bmatrix} B_y \\ 0 \end{bmatrix} u_y(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r_y(t)$$

を得る。ただし、 r_p と r_y はそれぞれ θ と ψ の目標値である。

*1 2 自由度ヘリコプタを 2 入力 2 出力系と見なして制御

*2 2 自由度ヘリコプタを 2 つの 1 入力 1 出力系と見なして制御

最適サーボ理論により制御器設計を行った結果、同様に追従させるそれぞれのコントローラ

$$\begin{cases} \text{ピッチ角のコントローラ: } K_p = [-43.90 & -21.74 & 20.00], \\ \text{ヨー角のコントローラ: } K_y = [-44.28 & -22.09 & 20.00], \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \text{ピッチ角のコントローラ: } K_p = [-260.28 & -146.52 & 140.03], \\ \text{ヨー角のコントローラ: } K_y = [-78.79 & -41.93 & 40.00] \end{cases} \quad (7)$$

を得た。

4.3 相互干渉を打ち消す機能を付け加えた分散制御

文献 [1] の方法で相互干渉を打ち消してから、最適サーボ理論により制御器設計を行った結果、同様に追従させるそれぞれのコントローラ

$$\begin{cases} \text{ピッチ角のコントローラ: } K_{pn} = [-43.90 & -21.74 & 20.00], \\ \text{ヨー角のコントローラ: } K_{yn} = [-44.28 & -22.09 & 20.00], \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \text{ピッチ角のコントローラ: } K_{pn} = [-108.15 & -46.68 & 80.00], \\ \text{ヨー角のコントローラ: } K_{yn} = [-33.45 & -12.57 & 30.00] \end{cases} \quad (9)$$

を得た。

5 シミュレーション・実機実験

5.1 ステップ状の目標軌道の場合

式 (4), (6), (8) を用いて制御した。ピッチ角に 0.7[rad] のステップ入力を与えた。そのときの結果を離散時間 0.001 秒でサンプリングし図 2~7 に示す。結果より、いずれの制御においてもピッチ角からヨー角への干渉の影響と予期せぬ初期振動を観測した。

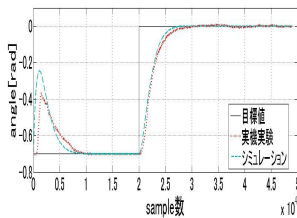


図 2 式 (4): ピッチ角

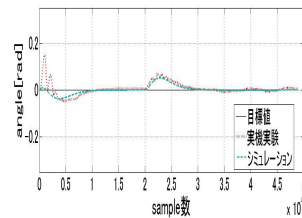


図 3 式 (4): ヨー角

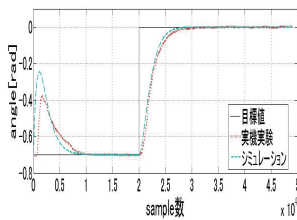


図 4 式 (6): ピッチ角

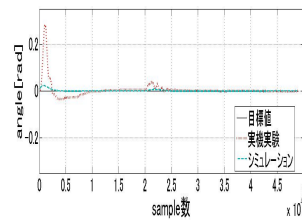


図 5 式 (6): ヨー角

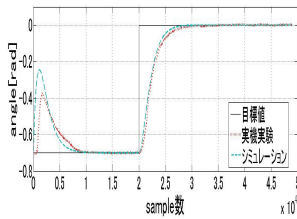


図 6 式 (8): ピッチ角

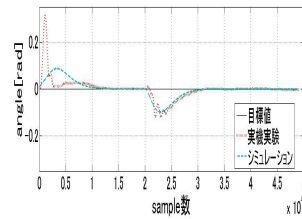


図 7 式 (8): ヨー角

5.2 ランプ状の目標軌道の場合

式 (5), (7), (9) を用いて制御した。相互干渉の影響を確認するため、ピッチ角とヨー角に別々に入力を与えることを考え、2 自由度ヘリコプタを水平方向で安定化させた

上で、時計回りに半周回転させる目標軌道を設定した。そのときの結果を離散時間 0.001 秒でサンプリングし図 8~13 に示す。結果より、式 (5), (7) を用いて制御した際、ともに相互干渉の影響が小さかった。式 (9) を用いて制御した際、ピッチ角からヨー角への干渉の影響が大きかった。しかし、ヨー角からピッチ角への干渉の影響が観測されなかった。このことから、相互干渉を打ち消す機能を付け加えることにより、制御性能に効果があることが分かった。いずれの制御においても予期せぬ初期振動を観測した。

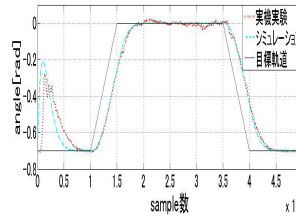


図 8 式 (5): ピッチ角

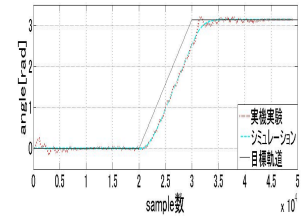


図 9 式 (5): ヨー角

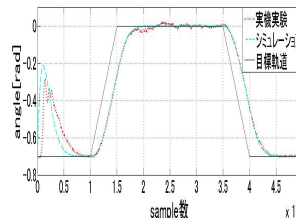


図 10 式 (7): ピッチ角

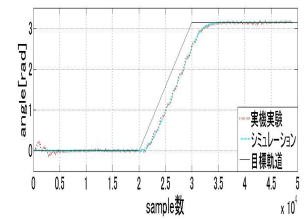


図 11 式 (7): ヨー角

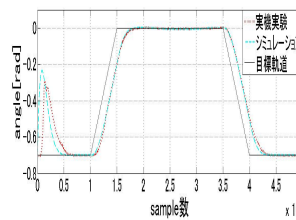


図 12 式 (9): ピッチ角

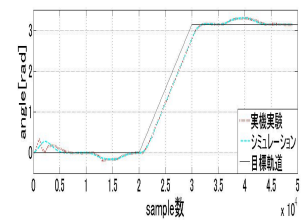


図 13 式 (9): ヨー角

6 おわりに

本研究では、2 自由度ヘリコプタの数式モデルに不確かなパラメータが含まれていないと判断し、相互干渉を、考慮する集中制御、考慮しない分散制御、打ち消す機能を付け加えた分散制御で制御器設計を行った。そして、シミュレーション・実機実験を通して、理論の検証を行った。

今後の課題を以下に記す。4.3 章で用いたヨー角への干渉を打ち消す機能 (値) を再検討すること。ステップ状の入力とランプ状の入力を組み合わせた目標軌道に追従させるために、ゲインスケジューリング制御を適用すること。初期振動の原因を究明すること。以上の 3 点である。

参考文献

- [1] 小出智司: 『PID 制御によるヘリコプタの非干渉化制御』。南山大学数理情報学部情報システム数理工学卒業論文, 2011.
- [2] Quanser: *Quanser 2 – DOF Helicopter Reference Manual*.
- [3] 川田昌克: 『MATLAB/Simulink による現代制御』。森川出版, 東京, 2011.