

ロープ長の変動を考慮したクレーンの軌道追従制御

2011SE193 中澤勇人

指導教員：大石泰章

1 はじめに

今日クレーンは建設や輸送など大型のものを運ぶ多くの場面で使用されている。本研究ではクレーンの実験機を使用し、障害物回避などを想定して吊り荷を目標軌道に沿って動かすという軌道追従制御を行う。同種の研究が論文[1]でなされているが、ここではロープ長の変化がクレーンの動特性に影響することを考えていなかったため、これを改善することを目標とする。具体的にはロープ長の変動を考慮したロバスト制御系を線形行列不等式 (LMI) を使用して設計する。

2 制御対象とモデリング

2.1 制御対象

本研究で用いるクレーンシステムは図1に示す Quanser 社の 3DOF Crane[2] である。

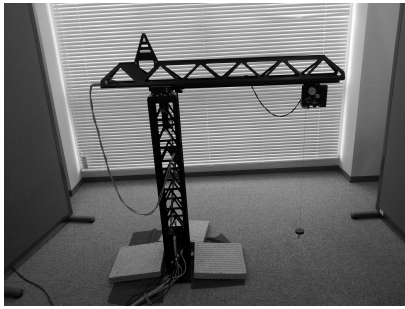


図1 制御対象

この実験機では地面に対して水平に伸びている部材をアームと言い、アームに沿ってトロリーが移動するようになっており、トロリーが下がったロープの先に荷物が吊るされている。制御できるのは、アームの旋回角度、トロリーのアーム上の位置、ロープの長さの3つである。本研究ではアームの旋回角度を固定し、トロリーの位置と、ロープの長さを変化させて吊り荷を目標軌道に追従させる。目標軌道は文献[3]にしたがって、

$$y_p = -l_{max}(1 - 0.5 \sin(\pi x_p / x_{tmax})) \quad (1)$$

とする。ただし x_p は吊り荷の水平位置、 y_p は吊り荷の垂直位置、 l_{max} はロープの最大の長さ、 x_{tmax} はトロリーの x 座標の最大値を表す。またロープ長の変動範囲は $0.1 \leq l \leq 0.5$ とする。モデリングに用いる記号を表1にまとめる。またモデリングにあたり以下の仮定をおく。クレーンとロープは剛体でありクーロン摩擦と損失エネルギーはないとし、ロープの振れ角 γ は十分に小さいものとして、 $\sin \gamma \simeq \gamma$, $\cos \gamma \simeq 0$, $\dot{\gamma}^2 \simeq 0$ とする。さらにロープの長さ

が変化する速度、加速度は0として考える。また文献[1, 3]と同様に、トロリーの入力電流による吊り荷の水平位置 x_p の制御とロープの巻き上げ巻き下げによる垂直位置 y_p の制御を別々に行い、水平位置の制御はモデルを使った最適サーボで、垂直位置の制御はPID制御で行う。

表1 使用する記号

x_t [m]	トロリーの位置	$0 \leq x_t \leq 0.5$
m_t [kg]	トロリーの質量	0.6
K_t [N · m/A]	トロリー移動用モータトルク定数	0.0436
I_t [A]	トロリー移動用モータへの入力電流	
x_p [m]	吊り荷の水平位置	
y_p [m]	吊り荷の垂直位置	
m_p [kg]	吊り荷の質量	0.8680
γ [rad]	ロープの振れ角	
l [m]	ロープの長さ	$0.1 \leq l \leq 0.5$
g [m/s ²]	重力加速度	9.81

2.2 モデリング

吊り荷の水平位置の制御のためにトロリーおよび吊り荷の運動のモデリングを行う。これに対するラグランジュの運動方程式は、

$$m_p \ddot{x}_t + m_t \ddot{x}_t - m_p l \ddot{\gamma} = K_t I_t, \quad (2)$$

$$m_p l^2 \ddot{\gamma} - m_p l \ddot{x}_t + m_p g l \gamma = 0 \quad (3)$$

となる。状態変数を

$$x(t) = [x_t(t) \quad l\gamma(t) \quad \dot{x}_t(t) \quad l\dot{\gamma}(t)] \quad (4)$$

一般化座標を

$$q(t) = \begin{bmatrix} x_t(t) \\ l\gamma(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

とすると、数学モデルは、

$$E(l)\ddot{q} + F(l)\dot{q} + G(l)q = HI_t \quad (6)$$

となる。ただし

$$E(l) = \begin{bmatrix} m_p + m_t & -m_p \\ -m_p l & m_p l \end{bmatrix}, \quad F(l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$G(l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_p g \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} K_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

である。これを状態空間表現にすると

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ x_p(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 $u(t) = I_t(t)$, $x_p(t) = x_t(t) - l\gamma(t)$ であり、出力は吊り荷の水平位置 $x_p(t)$ である。また、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -m_p g / m_t l & 0 & 0 \\ 0 & -(m_p + m_t) g / m_t l & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_t/m_t \\ K_t/m_t \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ である.}$$

3 制御系設計

3.1 拡大系の導出

出力 $y(t)$ を目標値に定常偏差なく追従させるために最適サーボ系を設計する。まず拡大系の導出を行う。吊り荷の水平位置の目標値を $x_{pref}(t)$ とする時、それとの偏差を $e(t) = x_{pref}(t) - x_p(t)$ とする。また状態変数を

$$x_e = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ \int e(t)dt \end{bmatrix} \text{ とした拡大系を構成すると次式のようになる:}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B u(t), \\ x_{pe}(t) = C_e x_e(t). \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{ただし, } A_e = \begin{bmatrix} A & I \\ -C & 0 \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_e = \begin{bmatrix} -C & 0 \end{bmatrix} \text{ である.}$$

3.2 水平位置の制御

ロープ長の変化を考慮するために得られた状態空間表現の最適レギュレータ問題を LMI に定式化した制御系設計を文献 [4] に従って設計する。ロープ長が l_{min} の時の係数行列を A_{emin} , ロープ長が l_{max} の時の係数行列 A_{emax} とする。また R, Q は重み行列である。得られる LMI は以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} He[A_{emin}X + BY] & X & Y^T \\ X & -Q^{-1} & 0 \\ Y & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} \prec 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} He[A_{emax}X + BY] & X & Y^T \\ X & -Q^{-1} & 0 \\ Y & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} \prec 0, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} Z & I \\ I & X \end{bmatrix} \succ 0. \quad (11)$$

$\text{trace}[Z]$ を最小化するように (9)~(11) を満たす X, Y, Z を求めると水平方向の制御のフィードバックゲイン $K = YX^{-1}$ によって求めることが出来る。

3.3 垂直位置の制御

垂直方向のロープの巻き上げ巻き下げの制御はモデル化が難しいので PID 制御を用いる。ロープの巻き上げのモータの電流 I は,

$$I = (k_p + k_i/s)(y_{pref} - y_p) - k_d s y + I_0 \quad (12)$$

で定める。ただし k_p, k_i, k_d は PID 制御の比例, 積分, 微分定数であり, y_{pref} は現在の水平位置 x_p を (1) に代入して得られる垂直位置 y_p の目標値であり, I_0 は重力を相殺する力に相当する電流である。

4 シミュレーション, 実機実験

吊り荷の水平方向, 垂直方向の同時シミュレーションを実験機付属のシミュレーターで, 実機実験を実験機で行った結果は図 2, 図 3 である。図 2, 図 3 の縦軸は吊り荷の垂直位置 $y_p(t)$ を表し横軸は吊り荷の水平位置 x_p を表す。

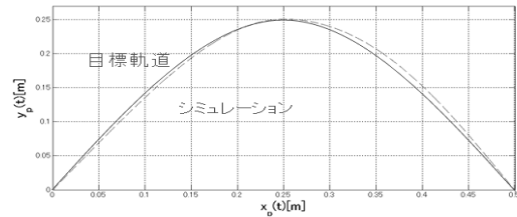


図 2 シミュレーション結果

シミュレーションの結果, 少し反応が遅れているものの, 目標軌道に追従していることがわかる。

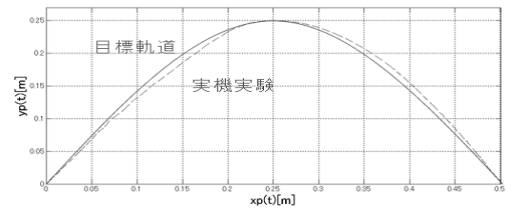


図 3 実機実験結果

実機実験の結果, 反応が少し遅れ, 初めに振動しているが目標軌道に追従していることがわかる。

5 おわりに

シミュレーション, 実機実験の結果ロープ長に LMI を使うことで, ロープ長の変化に対してロバストな制御機を得ることができ, シミュレーション, 実機実験ともに吊り荷の軌道追従制御に成功した。しかしシミュレーション, 実機実験ともに反応が少し遅れてしまった。

6 参考文献

- [1] 伊藤大智: クレーンの軌道追従制御, 南山大学情報理工学部卒業論文, 2014.
- [2] 3DOF Crane
<http://www.pid-control.com/products/pdf/crane.pdf>
- [3] 岩崎徹也: 『LMI と制御』, 昭晃堂, 1997.
- [4] 川田昌克: 『MATLAB/Simulink による現代制御入門』, 森北出版, 2011.