生徒中心の授業を目指した数学の指導方法
「分からない」を分析して

2011SE256 竹村竜太郎

指導教員　小藤俊幸

１はじめに

授業をする側の誰しもが望むことは，分かりやすい授業の構築である．しかし実際は一筋縄にいかない．教える側が「これなら分かるだろう」と思っていても，決して学習者にとってそうとは限らないからである．本論文では大きな２つのテーマを考えた．１つ目は授業内容を教える新しい方法を考え，教育実習のときの授業と比較し考察することによって生徒中心の授業を目指す．２つ目は分からない生徒がなぜ分からないかを心理学的に分析する．この大きな２つのテーマをできるだけ広い視点から見つめていきたいと思っている．

２以前行った授業

筆者は教育実習のとき，高等数学Ⅱの領域における線形計画法の図形的解法について授業を行った．授業の内容はとても単純なものであった．内容は，まず復習として二つの直線の方程式からなる領域を求める．次に先ほど求めた領域に非負条件が加わったときどのような領域になるかを私が示した．次に目的関数の値を k と置き，等高線で最大値，最小値を求める．このとき等高線を棒で作り生徒に動かせて最大値と最小値を求めた．最後に解答をおさらいし，練習問題を私が解説して授業が終わった．2.3 で述べられている問いは以下のものである．

> x,y が 4 つの不等式
>
> $$x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 12, 2x + y \leq 8$$
>
> を満たすとき，$x + y$ の最大値および最小値を求めよ．（[4]p105 応用例題８）

３TR 法(Takemura Ryutaro)

ＴＲ法は生徒を分析した上で，一つの問題を解くことが大きな目標であると考え，その問題のなかにいくつか小さな目標を考える．この小さな目標一つ一つに教え方を考えリストを作成する．次に，できあがったリストの中から生徒観に合わせて指導案に組み込んでいくという方法である．まるで授業をひとつのプログラムであると見立て，生徒に応じたアルゴリズムを形成するようなスタイルである．応用例題８を解くにあたり小さな目標と，その小さな目標に対する指導方法をまとめた．また，これらの問題が簡単に解くことができる生徒のために，線形線計画問題(問１)も用意した．問１の解答は本論に掲載している．

線形計画法　図形的解法　小さな目標リスト

１領域の図示

（ⅰ）直線が点の集合であることを認識できる．

（ⅱ）$x = 0, y = 0$ を書くことができる．不等式を満たす点を座標上に表すことができる．

(Ⅲ)不等式を満たす点を座標上に表すことができる．

２x, y を独立変数とみなし，従属変数 k によって領域の最大，最小を見つける

（ⅰ）目的関数の使い方に慣れることができる．

（ⅱ）実行可能領域と目的関数が接する範囲を求めることができる．

(Ⅲ)最大値と最小値を見つけることができる．

線形計画法　図形的解法　指導方法

１領域の図示

（ⅰ）応用例題８の不等式において等号が成立するときの点を挙げていくと，その集合の領域が直線となるという形で説明する．

（ⅱ）$x = 0, y = 0$ の直線がそれぞれ y 軸上，x 軸上の直線である．

(Ⅲ)与えられた不等式を満たす点を何個か挙げて領域を図示する．

２x,y を独立変数とみなし，従属変数 k によって領域の最大，最小を見つける

（ⅰ）$y = ax^2 + bx + c$ と直線 $y = dx + k$ の k の範囲によって共有点の個数が場合分けされる問題の解き方からアプローチする．

（ⅱ）2(ⅰ)のやり方で共有点が存在する範囲を求める．

(Ⅲ)2(ⅱ)で求めた範囲から目的関数の値が最大，最小となる点を考えればできるように導く．

問１
ある会社では二種類のミックスジュース A,B を生産している. A を１リットル売ると２百円の利益が, B を１リットル売ると１百円の利益が発生する．原料は両方ともオレンジとりんごであり，A を作るにはオレンジが 3kg,リンゴが 2kg 必要である．また，B を作るにはオレンジが 2kg,リンゴが 3kg 必要である．ただし，１日に使用できるオレンジは 15kg であり，リンゴは 18kg である．このとき利益を最大にするには A と B をそれぞれ何リットルずつ生産すれば良いか.

４数学学習における数学授業の位置づけ

学習者にとって数学の授業とはどのような位置づけなのだろうか．分からない生徒は数学を予習できない．そもそも数学は学習者が初めての内容を学習者自身で理解することは難しいからである．認知心理学的には**人は目の前の物事に対し，意味を見出そうとする[1]**という考えがある．この観点から数学は抽象的であるため極めて理解が難しい学問だと考えられる．したがって授業とは学習者と新しい内容の出会いの場である．また、数学は**理論が分かっていても実践できない[3]．**あるいはその逆になることもある．授業時間だけで数学を分かることは難しいのだ．よって数学の授業は，生徒自身が学ぼうとする動機づけのきっかけでもある.

５分かっていない生徒

数学を分かるための一番の障害物は，苦手意識である．年齢を重ねるにつれて，数学で挫折を経験したことがある学習者は苦手意識あるいは，数学に対する拒否反応が増す．また，そもそも数学を理解する IQ が低い生徒もいる. その他数学の問題を理解するにはたくさんの要因があり，**認知的・メタ認知的要因，動機づけ・感情的要因，発達的・社会的要因，個人差の４つ[1]**から構成されていると考えている．それぞれの具体例は本論に掲載している.

６生徒中心の授業

５で述べたように様々な要因で分からなくなっている生徒が存在する．そのような生徒たちを前に教師はどのような授業を行うべきなのだろうか．筆者が考えるのは，生徒中心の授業である．この考えを言い換えるならば，授業の準備において最も大切なことは，生徒観をしっかりと持つことである．学級ごとの生徒のニーズに合わせた授業を構築するためである.例えば授業前,生徒にこの単元で何が知りたいかを紙に書いてもらうという方法で把握することができる.このような具体的な方法を用いて,生徒が自ら学び,生徒を教師が支える.そのような授業を筆者は生徒中心の授業と考える.

７TR 法の具体例

TR 法の具体例として，ある学級を想定する．この学級は学びたいことを紙に書いて提出させると，問題を確実に解けるようになりたいという意見が多かった．授業をやるに連れて領域の図示はできるようになっていた．前年度，数学１における２次方程式の解の個数に対する学習到達度は成績からすると高いと考えられる．しかし，認知的・メタ認知的な要因分かっていない生徒が数名いることが確認されている．それゆえ，$x \geq 0, y \geq 0$の条件が増えることを慎重に扱うため, ここの説明は導入する. 以上より, この学級では１（ⅱ), ２（ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)を採択して授業を行う．この中で特に強調したい指導方法は, １（Ⅱ）と２（Ⅱ）である．このように授業を構成する.

８考察

小学校・中学校・高等学校となるにつれて教師と生徒の関わりは減っていく．これは発達段階に応じて生徒自身が自分の行動を考えて決めることができると言っても良いと思う．学問においても同じことが起きる．教師が勉強の方法を定めることは次第になくなる．それは数学教育において問題を自由に考える視点を持つにはとても大事なことだと思う．しかし分からない生徒に対して数学の問題を自ら考え,答えを求めようとすることは難しい．今回作った TR 法は，分からない生徒を導く方法になっている．問題を解くことができるという目標であれば、ATI(適正処遇交互作用)は学力において様々な生徒に適応すると予測できる.

９おわりに

TR 法を教育現場において様々な数学の分野に活用していき, ATI を分析したいと思う. 生徒中心というのは言い換えれば学習者中心ということである．学習者が学ぶことを教師が支えるような授業づくりを目指すために，今後は数学に心理学を取り入れた考え方から様々な方法を考え，実践していきたい.

参考文献

[1] 鹿毛雅治 :『学習意欲の理論』,金子書房 2013
[2] 佐伯胖 :『「分かる」ということの意味』,岩波書店 2012
[3] 津村俊充 :『人間関係トレーニング』,ナカニシヤ書店 2012
[4] 川中宣明 :『数学Ⅱ』,数研出版　2013