

# 打ち上げ花火の3D ビジュアルシミュレーションに関する研究

2004MT017 後藤 絵里

2005MT102 清水 勇磨

2005MT110 高橋 宏幸

指導教員 金 知俊

## 1 はじめに

近年 IT 技術の発展により CG は実写とほぼ区別つかない映像を作れるまでに進化してきた。CG の主な使用例として映画、アニメーション、ゲームなどがあり、有効な利用例の一つとして花火のシミュレーションがある。古くからの伝統技術である花火の製造の大部分は職人の手に委ねられ、製作技術を持たないデザイナーや演出家は自分のデザインを表現することができない。また、危険性やコストの問題から玉の試し打ちは容易でないため、演出結果を視覚的に確認できない。これらの問題に対して、コンピュータを用い、設計から試し打ちまでの過程に写実的な花火の挙動計算を組込みシミュレートすることで、打ち上げ花火のデザインに伴う完成までの時間、労力、コスト、危険性などを大幅に減少させ、設計製造、打ち上げの効率化が可能となる。また、花火製作の技術がなくても花火のデザインが可能となり、表現やタイミングの厳密な制御による革新的なデザインを演出することができ、花火職人以外の人でも取り扱うことができる。このような背景から、現在までいくつかの花火設計システムが発表されているが、その映像は写実的でなく、自由度も低く単純な花火の仕組みしか設計できない。また、花火を題材にしたゲームも多数発表されているが、デフォルメされているため挙動や表示に写実性が欠けている [4]。そこで本論文では、インタラクティブな 3D グラフィックスアプリケーションを作ることができる OpenGL を使用し、打ち上げ花火のビジュアルシミュレーションを行うことを目的とした。

## 2 打ち上げ花火のメカニズム

### 2.1 花火の歴史

花火の起源は紀元前 3 世紀に中国で狼煙として使われた黒色火薬が花火といわれている。最初の鑑賞用火火は 14 世紀後半イタリアのフィレンツェに始まり、ヨーロッパ中に広がった。日本への火薬の伝来は、1543 年に種子島にポルトガル人が持ってきた鉄砲であり、それ以来、花火が製造されるようになった。当時の花火は煙や炎が噴き出す程度であり、日本初の打ち上げ花火は 1751 年に開発された。明治時代以降、海外から多くの薬品が輸入され、色とりどりの光が表現できるようになった。大正時代にはさらに新しい薬剤が導入され、大きな発音効果を有す花火が開発され、花火技術は飛躍的

に進歩した [3]。

### 2.2 打ち上げ花火とは

花火のデザインは玉の構造でほぼ決定され、「玉」とよばれる紙製の球体に「星」とよばれる火薬の玉を詰めて打ち上げる。打ち上げ時にも火薬を用い、発射火薬の爆発で生み出されるガス圧で花火玉は空高く放出され、同時に導火線に点火され、所定の高さに到達すると導火線が燃え尽きて玉内部の割薬に点火されて玉が破裂し、星が飛散する。この星には光の尾を引きながら燃焼するもの、落下途中で破裂するもの、色が変化するものなど様々なタイプがある。また、日本の打ち上げ花火の特徴は球状で星が様々な色に変化し、広がりはいくつか、燃焼時間が長い。

### 2.3 打ち上げ花火の種類

日本の花火はその構造から「割物」と「ボカ物」、そしてその中間にあたる「小割物」の 3 つに分類される。それぞれの違いは玉の割れ方と中身の飛ばし方にある。

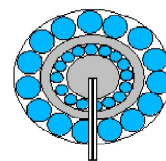
**割物** 割物は日本独自に発達した形で、上空でドカンと大きな音を立てて開く花火。球形の玉の内側にびっしりと星を並べ、玉の中央に詰めた火薬を爆発させ、玉の中の星を四方八方に飛ばす [3]。

**ボカ物** ボカ物は運動会やお祭りの合図としてのドンドンという音だけの花火。上空でボール状の球体の玉皮がポカッと 2 つに割れて収納された星や細工を放出する。割薬も少なく、花火の広がりも狭くなるが、内包するものによって色々な機能の花火が工夫できる [3]。

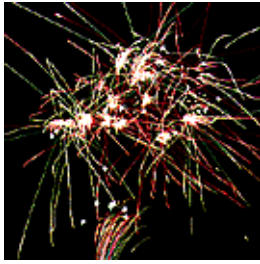
**小割物** 小割物は上空でドカンと大きな音を立て、少し時間をおいて小さな花が沢山咲く花火。八方に小さな玉を放出して多数の小花を一斉に開かせる。割薬が割物より少なくボカ物より多いもので、ちょうど割物とボカ物の中間の仕組みを持つ [3]。



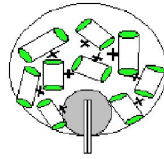
割物



割物の構造



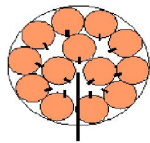
ポカ物



ポカ物の構造



小割物



小割物の構造

## 2.4 色彩

花火の様々な色は炎色反応によって決定される。炎色反応とはある元素を含む化合物を燃やすとその元素固有の様々な色の炎を出して燃えるという現象で、花火の色はこの炎色反応を利用する。さらに、花火の星は主に色を出す焰色剤、酸素を供給する酸化剤、燃焼を促進する可燃材の3種類の薬剤の混合によってできている。これらの混合の割合によって色合いも変化する。表1に色を出すための薬品の例を示す[5]。

表1 焰色剤と色

色	焰色剤
紅色	炭酸ストロンチウム・硝酸ストロンチウム
緑色	硝酸バリウム
黄色	シュウ酸ソーダ・炭酸カルシウム
青色	花緑青・酸化銅
白色	アルミニウム
金色	チタン合金

## 3 打ち上げ花火の実測値

打ち上げ花火をシミュレーションするにあたって、打ち上げ花火の実測値は必要不可欠な要素である。そこで、玉の大きさ、開花までの秒時、到達高度、平均初速度、開花時の直径を調べた[2],[5]。

表2 実測値

寸	時間 [秒]	高度 [m]	平均初速度 [m/s]	直径 [m]
3号	3.0	120	114	60
4号	3.5	160	124	130
5号	4.0	190	138	170
6号	4.3	220	100	220
7号	5.0	250	112	240

## 4 シミュレーション手法

### 4.1 空気抵抗

鉛直上向きに打ち上げられた花火玉は、重力と空気抵抗を受ける。重力の方向は鉛直下向きであるが、空気抵抗は花火の運動方向と反対方向であるので、花火玉が鉛直上昇のとき、空気抵抗の方向が下向きとなり、花火玉が最高点に達した後、運動方向の下向きになると、空気抵抗の方向が上向きに変わる。したがって、鉛直上向きに  $z$  軸をとると、花火玉の運動方程式は、

$$m \frac{dv_z}{dt} = -mg \pm \frac{C_D A \rho_{air}}{2} v_z^2 \quad (1)$$

となる。花火玉が上昇運動のとき、 $v_z \geq 0$  となり、下降運動のとき、 $v_z < 0$  となる。

### 4.2 浮力

流体中の物体が押し退けた流体の重さに等しい上向きの力を受ける。この力は浮力と呼ばれる。これは浮力のアルキメデスの定理であり、次式で表すことができる。

$$F_B = -\rho_f V g = -m \frac{\rho_f}{\rho} g \quad (2)$$

ここで  $F_B$  は浮力ベクトル、 $\rho_f$  は流体の密度、 $\rho$  は物体の密度、 $V$  は流体における物体の体積あるいは物体が押し退けた流体の体積、 $m$  は物体の質量、 $g$  は重力加速度ベクトルである。

### 4.3 空中を運動する花火玉の運動方程式

打ち上げ筒から出た球型の花火玉の運動方程式 ((質量) × (加速度) = (力)) は次の式となる。

$$m \frac{dv}{dt} = mg + F_D + F_B \quad (3)$$

ここで、 $g$  は重力加速度ベクトル、 $v$  は玉の運動速度ベクトル、 $F_D$  は空気抵抗ベクトル、 $F_B$  は浮力ベクトル、 $m$  は玉の質量である。

### 4.4 花火玉と空気の相対速度

玉と空気との相対速度

$$u = v - w \quad (4)$$

である。

$$F_D = -\rho_{air}AC_D/2 \cdot |\mathbf{u}| \cdot \mathbf{u} = -k|\mathbf{u}| \cdot \mathbf{u} \quad (5)$$

$$F_B = -\rho_{air}mg \quad (6)$$

$$\mathbf{g} = -g\mathbf{k} \quad (7)$$

ここで、 $\rho_{air}$  は空気の密度、 $\rho$  は玉の密度、 $A$  は玉の投影面積、 $C_D$  は空気の抵抗係数である。 $k = \rho_{air}AC_D/2m$  玉が球型の場合、 $k = 3\rho_{air}C_D/4D\rho$  ;  $D$  と  $\rho$  はそれぞれ玉の密度と直径である。

#### 4.5 各成分の運動方程式

空気中を運動する花火玉の運動方程式は

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{1-\rho_{air}}{\rho}\right)\mathbf{g} - k|\mathbf{v} - \mathbf{w}|(\mathbf{v} - \mathbf{w}) \quad (8)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (9)$$

となる。ここで  $\mathbf{r}$  は玉の位置ベクトルである。直交座標において、花火玉の運動方程式は次の6つの1階微分方程式で表される。

$$\frac{dv_x}{dt} = -k|\mathbf{v} - \mathbf{w}| \cdot (v_x - w_x) \quad (10)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (11)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -k|\mathbf{v} - \mathbf{w}| \cdot (v_y - w_y) \quad (12)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y \quad (13)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\left(\frac{1-\rho_{air}}{\rho}\right)g - k|\mathbf{v} - \mathbf{w}| \cdot (v_z - w_z) \quad (14)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z \quad (15)$$

#### 4.6 風の影響

風 (空気流動の速度ベクトル) は位置ベクトルと同様な表示方法である。

$$\mathbf{w} = w_x\mathbf{i} + w_y\mathbf{j} + w_z\mathbf{k} \quad (16)$$

$$w_x = |\mathbf{w}| \sin \beta_2 \cos \alpha_2 \quad (17)$$

$$w_y = |\mathbf{w}| \sin \beta_2 \sin \alpha_2 \quad (18)$$

$$w_z = |\mathbf{w}| \cos \alpha_2 \quad (19)$$

ここで、 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$  はそれぞれ直交座標  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の単位ベクトルである。 $\alpha_2$  は  $x - y$  平面における風速ベクトルの投影と  $x$  軸との角度である。 $\beta_2$  は風速ベクトルと  $z$  軸との角度である。

#### 4.7 ビルボード

ビルボードとは3次元で2次元オブジェクトを使って、実際にそこに3Dオブジェクトがあるように見せかける処理のことを言う。

ビルボードを使った利点は以下の点がある

- 3次元オブジェクトと比べて頂点数が少なく処理が軽いため
- モデリングをする手間が省けるため

本研究では、炎の爆発の粒子表現にこの手法を用いて、自然な色彩を表現するために使用した。

### 5 シミュレーション結果

#### 5.1 プログラムの説明

空間内における花火玉の位置を決めるために直交座標を用いた。花火玉の位置を3つの座標  $x$ 、 $y$ 、 $z$  で表した花火玉の運動表現を微分方程式の解法の”オイラー法”を利用した。微分方程式は以下のように与える。変数  $t$  はここでは時間とし、 $y$  はスカラーだけでなくベクトルでもよい。

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y) \quad (20)$$

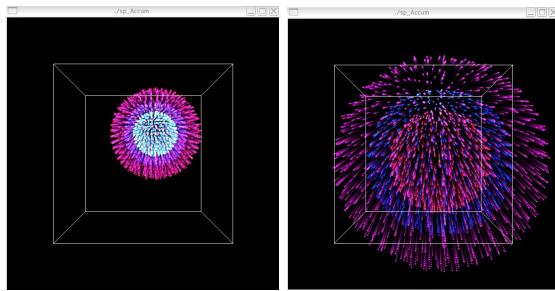
ここで、いま時刻  $t_i$  において  $y = y(t_i)$  である。このとき  $\Delta t$  後の  $y$  の値を次式で評価する方法がオイラー法である。すなわち、

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot f(t_i, y_i) \quad (21)$$

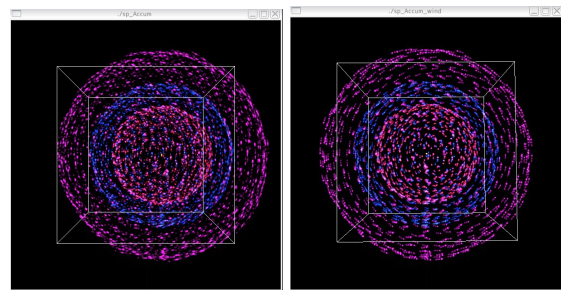
により逐次求めている。 $\Delta t$  はステップ幅である。

#### 5.2 花火玉の開花の再現

打ち上げ花火の「割物」中で最も一般的な花火は「牡丹」、「菊」である。「菊」は、上空で花火玉の中心の割火薬が玉を割り、各星を飛ばした直後に「引」の層から燃えて飛んでいく。この「引」が燃えた後に花弁が、設計された色を出して燃え、そして順に色を変え、開花後やや遅れて色が出てくる。「引」は燃え後が光跡として目に見えるような配合の火薬を使っている。開花直後から少しの間、星が飛んだ跡がうっすら「線」となって目に残る。もう一方の「牡丹」は星が尾を引かずに、色や光の点で形を描く。構造的には菊と変わらない。牡丹にはこうして芯が入るのが基本である。一方、本研究で割物の「牡丹」を描画したものをみると、打ち上がった花火玉が上昇し、最高点に達すると同時に花火玉は破裂する。そして、星は球形に広がっていく。また、花火玉の内部をいくつかの層に分割し、異なる種類の色を表現している。下の図は3号玉で、打ち上げから1.5秒後と2.5秒後の開花した状態である。



3.0 秒後      3.5 秒後



風あり:上空から見た花火      風なし:上空から見た花火

### 5.3 到達高度と時間

打ち上げ花火の到達高度と開花時間をシミュレーション結果の数値を比較した。その表を下記に記す。

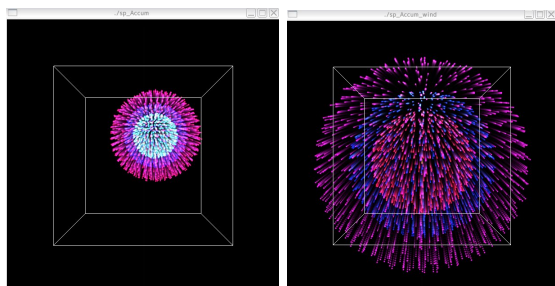
資料の数値とシミュレーションの数値がずれている。考えられる点として、速度に関わらず一定の速度の空気抵抗を与えているので、実測値よりも、到達高度が低く、早く開花したと考えられる。なので、今後検討しなければならない。

表 3 実際の花火の結果とプログラムの結果

寸	実測値		実行結果	
	時間 [秒]	高度 [m]	時間 [秒]	高度 [m]
3号	3.0	120	1.38	77.2
4号	3.5	160	1.36	86.6
5号	4.0	190	2.0	135.8
6号	4.3	220	2.65	131.2
7号	5.0	250	2.39	132.2

### 5.4 風の影響

打ち上げ花火への外力による影響を表現するため、本研究では風と浮力を考慮した運動方程式をオイラー法に組み込み、プログラムを作成した。風を右へと吹かせたところ、打ち上がっている花火玉が風の方向に少しずつ移動してた。爆発し飛散した星は少しずつ右方向に曲がり、風の影響を受けている。花火玉が大きいほど風の影響をあまり受けない。



風あり:正面から見た花火      風なし:正面から見た花火

## 6 おわりに

本研究では、打ち上げ花火の燃焼の状態変化の様子を OpenGL 用いて、表現することを目的とした。現在のところ、花火玉の開花の表現までをシミュレーションができた。

今後の課題としては、分裂した火花の表現において、実際の分裂のように様々な変化を表現するさせる必要がある。また、発光体の描画が可能なレンダリング手法を用いることで、より現実的な花火を表現できるだろう。さらに、燃焼反応、爆発による煙の描画などについて検討を加え、実際の花火の美しさを再現したい。そして「割物」だけでなく、他の日本の代表的な花火である「ボカ物」、「小割物」の花火のシミュレーションを実現することが今後の課題である。

### 参考文献

- [1] 吉田忠雄、丁大玉：“花火学入門”，ブレアデス出版 (2006).
- [2] 細谷政夫、細谷文夫：“花火の科学”，東海大学出版会 (1999).
- [3] 池田まき子：“花火師の仕事”，無明舎出版 (2005).
- [4] 小玉浩平、鈴木克幸、大坪英臣：“花火のインタラクティブアニメーション”，日本機械学会第 16 回計算力学講演論文集, Vol.2003 No16,pp15-16 (2003.11.22).
- [5] 小野里公成：日本の花火, <http://www.japan-fireworks.com>