リサイクルにおけるサプライ・チェインの研究

M2004MM028 森 弘隆
指導教員　澤木 勝茂

1　はじめに

今日，様々な産業において在庫管理の重要性がさけばれている．最近では，在庫管理だけでなくシステム全体のコストを考える，サプライ・チェイン・マネジメント [1] が注目されている．サプライ・チェイン・マネジメントとは，原材料，半製品，完成品など製品を構成するすべてのモノが製造施設，倉庫，輸送などの各ポイントで発生するコストをトータルで考えて、最小にすることを目的とする．

このように，サプライ・チェイン・マネジメントは顧客までの流通経路をトータルで考えることであるが，本研究では顧客からさらにリサイクルを含むサプライ・チェイン・マネジメントを考えて発展させる．最近では，環境問題の観点から，どのような製品においてもリサイクルが考えられている．リサイクルを行うことであらたなコストが発生するという問題もかかえている．しかし，リサイクルの問題は必要かつ重要な考え方であり，発展させていかなければならないことである．

2　モデルの概要

リサイクル含むサプライ・チェイン・マネジメントのモデルをコストが最小となるような問題として考える．その問題を理解しやすくするために本研究では 3 つの問題に分割して考える．

1. 生産に関係するコストを考える問題
2. リサイクルに関係するコストを考える問題
3. 需要に関係するコストを考える問題

3　確率的モデルの定式化

本節では，需要での在庫水準を連続的にみる．在庫の減少は確率的であり，水準である発注点 s を超えたとき，一定調達期間 t_2 を経過したあとに，発注量 y を受け渡す．また，発注量 y は 1 サイクルでリサイクルされた製品と，新たに生産された製品の合計となる．そのときの，最適な発注量と発注点を求めることを目的とする [2].

記号の定義

D:総需要
ξ:単位あたりの需要量
α:単位あたりの生産量
a:リサイクル品回収率 $(0 \leq a \leq 1)$
$f_D(\xi)$:調達期間 t_2 での需要 ξ の確率分布
$f(t_1)$:需要在庫が s に到達するまでの時間 t_1 の確率分布

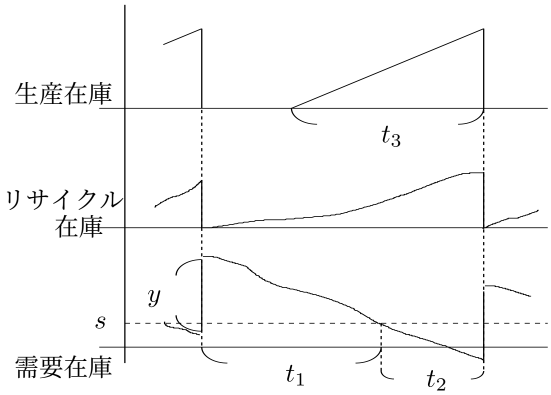

図 1　：確率的モデルにおける各在庫量の推移

3.1　需要に関係するコスト

需要在庫は，サイクルのはじめと終りから求めることができる．サイクル末の期待在庫量は $E[s-\xi]$ である．ここで，$E[s-\xi]$ は,

$$E[s-\xi] = s - \mu_\xi \tag{1}$$

のようになる．また，$\mu_\xi = \int_0^\infty \xi f_D(\xi) d\xi$ と置いた．次に，サイクル初期での期待在庫量は，サイクル末の期待在庫量に発注量を加えることで得られる．したがって，サイクル末期待在庫量は $y + E[s-\xi]$ となる．このことから，需要での期待在庫量が得らる．よって，需要での期待在庫量に需要での在庫コストである h_D を掛けることで需要における在庫コスト C_{D_1} を求めることができる．

$$C_{D_1} = \left(\frac{y}{2} + s - \mu_\xi\right) h_D \tag{2}$$

また，$s - \mu_\xi \geq 0$ とする．

次に，需要在庫での機会損失コストを考える．サイクル当たりの機会損失量は需要量に依存する．よって，サイクル当たりの機会損失量を $X(\xi)$ とすれば,

$$X(\xi) = \begin{cases} 0 & (\xi \leq s) \\ \xi - s & (\xi > s) \end{cases} \tag{3}$$

と表すことができる．したがって，サイクル当たりの期待機会損失量を $\overline{X}(s)$ とすると,

$$\overline{X}(s) = \int_s^\infty (\xi - s) f_D(\xi) d\xi \tag{4}$$

と書ける．発注回数は近似的に $\frac{D}{y}$ であるから，期待機会損失量は $\frac{D}{y}\overline{X}(s)$ となる．よって，機会損失コスト C_{D_2} は期待機会損失量にペナルティコスト p を掛けたものとなるので,

$$C_{D_2} = \overline{X}(s) p \frac{D}{y} \tag{5}$$

と書ける．

3.2 リサイクルに関係するコスト

1 サイクル当たりの期待時間を求める．サイクル初期から発注点 s までの時間を t_1 とすると，t_1 の期待時間は，$\int_0^\infty t_1 f(t_1)dt_1$ となる．t_1 の期待時間に一定調達期間 t_2 を足したものが 1 サイクル当たりの期待時間となる．ここで 1 サイクル当たりの期待時間を μ_t とおくと，期待時間は，

$$\mu_t = \int_0^\infty t_1 f(t_1)dt_1 + t_2 \tag{6}$$

と書ける．

次に，期待リサイクル在庫量を考える．一定調達期間 t_2 での期待需要量は μ_ξ となるので単位時間当たりの需要量は $(\frac{1}{t_2}\mu_\xi)$ となる．よって，サイクル末での在庫量は単位当たりの需要量に 1 サイクル当たりの期待時間 μ_t とリサイクル製品の回収率 a をかけることで求めることができる．サイクル末でのリサイクル在庫量は $\frac{1}{t_2}\mu_\xi\mu_t a$ となる．よって，期待リサイクル在庫量は $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_2}\mu_\xi\mu_t a\right)$ と書ける．リサイクルでの在庫コスト C_R は，期待リサイクル在庫量にリサイクルでの在庫コスト h_R と発注回数 $\frac{D}{y}$ をかければよいので，

$$C_R = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t_2}\mu_\xi\mu_t a\right) h_R \frac{D}{y} \tag{7}$$

と書ける．

3.3 生産に関係するコスト

生産時間を t_3 とすると，サイクル末での在庫量は，αt_3 と書ける．よって，生産時間 t_3 での期待在庫量は，$\frac{1}{2}\alpha t_3$ となる．

ここで，生産に関係するコストは 1 サイクルでの期待時間 μ_t に対して生産時間は t_3 と違うためコストを割り引かなければならない．よって，生産での在庫コスト C_P は期待在庫量に 1 サイクルでの期待時間にするための $\frac{t_3}{\mu_t}$ と発注回数 $\frac{D}{y}$，生産在庫コスト h_P をかければ求めることができるので，

$$C_P = \frac{1}{2\mu_t}\alpha t_3^2 h_P \frac{D}{y} \tag{8}$$

となる．

ここで，発注量 y はリサイクルの在庫量と生産の在庫量と等しくならなければならない．よって，

$$y = \frac{1}{t_2}\mu_\xi\mu_t a + \alpha t_3 \tag{9}$$

と書ける．これを t_3 でまとめると，

$$t_3 = \frac{y t_2 - \mu_\xi\mu_t a}{\alpha t_2} \tag{10}$$

となる．よって，(8) 式に (10) を代入すれば生産における在庫コストを得ることができる．生産在庫コスト C_P は，

$$C_P = \frac{1}{2\mu_t}\alpha\left(\frac{y t_2 - \mu_\xi\mu_t a}{\alpha t_2}\right)^2 h_P \frac{D}{y} \tag{11}$$

と書き直すことができる．

最後に，リサイクルと生産における段取りコストを考える．それぞれの段取りコストを合わせたものが発注回数 $\frac{D}{y}$ 分あるので段取りコスト C_A は，

$$C_A = (R+P)\frac{D}{y} \tag{12}$$

となる．

3.4 最適発注量・発注点

これまで求めた各コストを用いて最適発注量および最適発注点を考える．総コスト $TC_p(y,s)$ は，

$$TC_{pr}(y,s) = C_{D_1} + C_{D_2} + C_R + C_P + C_A \tag{13}$$

と書ける．発注量 y と発注点 s の最適解は，総コスト $TC_{pr}(y,s)$ を最小とするような y と s になることがわかる．よって，(13) 式の y と s による導関数を 0 とおくことで求めることができる．よって，

$$\begin{aligned}\frac{\partial TC_{pr}(y,s)}{\partial y} &= \frac{1}{2}h_D - \overline{X}(s)p\frac{D}{y^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t^2}a\mu_\xi\mu_t\right)h_P\frac{D}{y^2} \\ &\quad + \frac{1}{2\alpha\mu_t}h_P D - \frac{a^2\mu_\xi^2\mu_t}{2\alpha t_2^2}h_P\frac{D}{y^2} - (R+P)\frac{D}{y^2} \\ &= 0\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial TC_{pr}(y,s)}{\partial s} &= h_D - p\frac{D}{y}\int_s^\infty fD(\xi)d\xi \\ &= 0\end{aligned} \tag{15}$$

と書ける．(14) 式と (15) 式を解いて得られる y と s は，総コスト $TC_{pr}(y,s)$ を最小にする．よって，それぞれの式を y と s でまとめる．また，そのときの y と s を y^* と s^* とすると，

$$y^* = \sqrt{\frac{\overline{X}(s)p + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t^2}a\mu_\xi\mu_t\right)h_R + \frac{a^2\mu_\xi^2\mu_t}{2\alpha t_2^2}h_P + (R+P)}{\frac{1}{2}h_D + \frac{1}{2\alpha\mu_t}h_P D}D} \tag{16}$$

$$\int_{s^*}^\infty f_D(\xi)d\xi = \frac{h_D y^*}{Dp} \tag{17}$$

と書ける．また，(16) 式，(17) 式は解かなければならない y と s を含んでいるため同時に解かなければならない．また，条件として (17) 式は $\frac{h_D y^*}{Dp} < 1$ となる．

4 最適生産時間

今回のモデルでは，生産は常に稼働させるものではなく，ある期間需要が生じてから生産を開始するように考える．

4.1 生産に必要な安全時間

まずはじめに，(10) 式の y に最適発注量 y^* を代入して最小生産時間 $\hat{t}_3$ を求める．

$$\hat{t}_3 = \frac{y^* t_2 - a\mu_\xi\mu_t}{\alpha t_2} \tag{18}$$

最適発注量 y^* は，1 サイクルで得られるリサイクル品と生産の合計であ．しかし，1 サイクルでのリサイクル量は一定でないことがわかる．そこで最小生産時間にリサイクル量の変動を時間を考えなければならない．よって，本節では生産の安全時間 t_4 を考える [4].

ここで，リサイクルでの変動は，平均 $\frac{1}{t_2}a\mu_\xi\mu_t$，標準偏差 $\sqrt{\mu_t}\sigma_R$ の正規分布に従うことがわかる．σ_R はリサイクル量増加の標準偏差である．よって，生産において $k\sqrt{\mu_t}\sigma_R$ だけ製品を生産すれば，生産とリサイクルでの製品が最適発注量 y^* を下回る可能性はほぼなくなる．k は安全係数とする．したがって，余分に生産する量を作るだけの時間を考えればよいので期間 t_4 の関係式は,

$$\alpha t_4 = k\sqrt{\mu_t}\sigma_R \tag{19}$$

となる．よって，(19) 式を t_4 についてまとめればよいので,

$$t_4 = \frac{k\sqrt{\mu_t}\sigma_R}{\alpha} \tag{20}$$

と書き直すことができる．この t_4 が変化するリサイクル製品の回収量に対応するために必要な安全時間となる．

4.2 リサイクル量の変化による生産の決定

前節で安全時間を考えた．安全時間で生産を行えば，必要な発注量を満たすことができる．しかし，どのような場合でも安全時間で生産していては発注量に対して製品を大量に製造してしまう可能性があり，無駄なコストがかかる．したがって，本節では安全時間 t_4 で生産を行うか，行わないかをリサイクル製品の回収量の変化から決定する．

はじめに，リサイクル製品の回収量の決定基準となる点を考える．1 サイクル当たりの期待時間は μ_t となるので，期待時間 μ_t から安全時間 t_4 後のリサイクル量の期待値を考えればよいことになる．よって，期待時間 μ_t から安全時間 t_4 戻ったときの期待リサイクル量は,

$$\frac{1}{t_2}a\mu_\xi(\mu_t - t_4) \tag{21}$$

となる．

次に，あるサイクル時間 i でのリサイクル量を，$\frac{1}{t_2}a\mu_\xi t_i$ とすると，決定すべき安全時間 t_4 での生産するときは,

$$\frac{1}{t_2}a\mu_\xi t_i < \frac{1}{t_2}a\mu_\xi(\mu_t - t_4) \tag{22}$$

を満たすときとなる．この (22) 式をまとめると,

$$t_i < \mu_t - t_4 \tag{23}$$

となる．しかし，あるサイクル i でのリサイクル量が基準をわずかでも上回れば安全時間で製品を製造しないことになる．よって，安全時間の間にリサイクル回収量が期待していた量より少なければ発注量を満たすことができなくなる．したがって，よりリスクを軽減するための製造決定係数 SP を掛け (23) 式を,

$$SPt_i < \mu_t - t_4 \tag{24}$$

と書き直し，(24) 式を満たしたとき安全時間で製造を行うようにする．

5 数値計算

本章では，前章で論述した定式化を考慮し数値計算を行う．

5.1 シミュレーションについて

リサイクル含むサプライ・チェインの確率的モデルの一般解を求めることは容易ではない．よって，本研究では C 言語を用いてプログラムを作成し，数値計算を行い，最適解を考える．

アルゴリズム

1. 発注量，発注点を変動させる
2. 乱数を発生させ需要と仮定する
3. 需要在庫から需要分を発注点 s に到達するまで引き続ける
4. 発注点 s に到達後調達期間分だけさらに需要を引く
5. 2〜4 を繰り返し 1 サイクル分の期待需要在庫量をもとめる (同様にリサイクル在庫も考える)
6. 総需要 D がなくなるまで 2〜5 を繰り返す
7. 6 より期待在庫量が得られる
8. 7 より総コストが得られる
9. 変動させた発注量，発注点の総コストを比較し最小のものを選びだす

2. の乱数は，需要を正規乱数と仮定し，平均 μ，標準偏差 σ の正規乱数を発生させた [3].

5.2 確率的モデルのシミュレーション結果

調達期間の変化によって，発注量と発注点にどのような違いがみられるのかシミュレーション結果をもとに考察する．シミュレーションに用いるパラメータは以下のように設定する．

D	10000	ξ	10	h_D	200	p	5
P	100	γ	2	h_R	3		
R	150	α	20	h_P	3.5		

表 1 :確定的モデルとの比較に用いるパラメータ

実行結果

調達期間 t を 0 と 2.0 で比較する．この結果は標準偏差 σ を 1.0 として計算した．

考察

調達期間が $t = 0$ と $t = 2$ のときの最適発注量と発注点をみる．最適発注量は $t = 0$ のとき 163 となり，$t = 2$ のとき 164 となる．結果から調達期間の変化によって発注量に変化はほとんどないことがわかる．次に，最適発注点

$t=0$ のとき			$t=2$ のとき		
s	y	最小コスト	s	y	最小コスト
0	162	31821.3769	0	179	34081.1292
1	163	31987.7628	10	180	33689.1789
2	163	32056.8611	20	172	33291.2572
3	162	32112.3248	27	166	32704.9776
4	162	32089.5511	28	167	32693.3084
5	162	32196.4892	29	164	32676.8107
6	161	32299.6740	30	163	32780.7663
7	161	32389.5621	31	163	32798.5774
8	163	32489.6788	32	163	33096.8231

表 2　:調達期間の変化

をみる．$t=0$ のとき 0 となり，$t=2$ のとき 29 となる．このように調達期間を変化させても最適発注量に変化はほとんどみられず，発注点がコストに大きな影響を与えることがわかる．

5.3　機会損失コストの変化による最適解の変化

機会損失コストを変化させ，最適発注量の変化をみる．パラメータは表 1 を用いる．

実行結果

調達期間を $t=2$ としたときの最適発注量の変化を図 2 に示す．

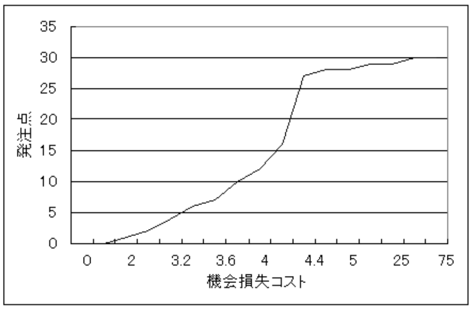

図 2　:機会損失コストと発注点の関係

考察

図 2 より，機会損失コストが 5 より大きな値になっていても最適発注点はほとんど変化がないことがわかる．今回のパラメータでは在庫コストが約 3.5 で考えているため在庫コストを大きく上回る機会損失コストを取っても値に変化が表れないことがわかる．

5.4　安全時間での生産決定

最適生産時間の節で述べた係数を変化させ安全時間で生産の決定を考察する．

数値結果

パラメータは表 1 を用いるが需要量 ξ の値が小さいとリサイクル量の標準偏差が小さくなってしまうので需要量と生産量は $\xi=100$ と $\alpha=100$ にする．また，サービス率を 95%，あるサイクル時間 t_i を 2.0，2.4 ，2.8，3.2 で実行し，結果の違いをみる．

	$t_i=2.0$	$t_i=2.4$	$t_i=2.8$	$t_i=3.2$
SP	コスト	コスト	コスト	コスト
0.5	1067.23*	993.72*	1019.54*	959.51
0.6	985.58*	871.61	905.46	927.46
0.7	10000	845.88	867.99	890.13
0.8	10000	10000	858.74	878.91
0.9	10000	10000	854.33	878.52

表 3　:製造決定係数による変化

表 3 より，最適発注量である 237 を満たさなかったものはコストは 10000 となっている．また，(*) は安全時間で生産を行ったものである．

考察

表 3 より製造決定係数 SP を小さくみれば発注量を常に満たすことができるが，より多くの在庫コストがかかる．よって，今回のパラメータでは $SP=0.7$ 程度みれば最適発注量は，ほぼ満たしていることがわかる．

6　おわりに

おわりに，リサイクルを考える場合と考えない場合のコストを比較してみる．

	最適発注量	最適発注点	最小コスト
考える	164	29	32676.8107
考えない	104	28	20933.9541

表 4　:リサイクルの有無による比較

表 4 のようにリサイクルを行うより行わない方がコストは少なくなるのでリサイクルを行わない方がよくみる．しかし，今後リサイクルしていくことが重要になっていくと考える．したがって，リサイクルを含めたサプライ・チェイン・マネジメントの研究が必要である．

謝辞

本論文を作成するにあたり，学部の頃から 4 年間ご指導いただいた澤木勝茂教授に心から感謝いたします．また，本論文で多大な助言をいただいた先輩方と，同じ研究室で学んだゼミ生の皆さんに感謝いたします．

参考文献

[1] David Simchi-Levi, Philip Kaminsky, Edith Simchi-Levi：(久保幹雄 監修伊佐田文彦，佐藤泰現，田熊博志，宮本祐一郎 訳) サプライ・チェインの設計と管理, 朝倉書店 (2002.1).

[2] 北原貞輔，児玉正憲：OR による在庫管理システム, 九州大学出版会 (1982.11).

[3] 浦昭二, 原田賢一：C 入門, 培風館 (1994.7).

[4] 勝呂隆男：適正在庫の考え方・求め方, 日刊工業新聞社 (2003.9).