

# 大学時間割編成モデルの研究

M2010MM014 伊藤美登

指導教員：佐々木美裕

## 1 はじめに

大学の時間割編成は、手作業で行われることが多く、非常に手間と時間がかかる業務である。この業務の改善のために、時間割作成をテーマとした時間割作成国際コンペティション (International Timetabling Competition 2007) が開催されるなど、時間割編成システムの開発に注目が集まっている。

近年、堀尾ら [1, 2]、茨木ら [3]、久保田 [4]、光部 [5] によって時間割編成システムの開発がすすめられている。光部 [5] は、IBM ILOG CPLEX と VBA を用いて時間割を自動で作成するシステムを開発し、2011 年度南山大学情報理工学部の春学期と秋学期の実データを用いて、実用的な計算時間で時間割編成した結果を示している。

本研究では、光部 [5] の時間割自動編成システムに改良を加え、汎用性の高い時間割自動編成システムを試作する。

## 2 モデルの改良

提案モデルでは、光部 [5] のモデルに改良を加える (改良の一部は、伊藤ら [6] に記載されている)。主な改良点は以下の 5 点である。

改良点 1: 授業担当者の決定を行う。

既存のモデルでは、各科目の授業担当者を指定しておく必要があった。本モデルでは、科目ごとに指定された複数の授業担当可能教員の中から自動的に担当者を決定する。

改良点 2: 担当者変動科目 (開講曜日時限指定, 担当者のみ自動割り当て) に対応する。

既存のモデルでは、開講曜日時限を決定する時間割編成問題を対象としていた。この改良により、開講曜日時限のみを決定する場合、授業担当者のみを決定する場合、双方を決定する場合のいずれにも対応できるようにする。

改良点 3: 教員の担当授業数のバランスを考慮した自動編成を行う。

授業担当者の自動割り当てを行うためには、各教員の担当授業数を考慮する必要がある。本モデルでは、担当授業数の上下制限を設けることによってバランスのとれた時間割編成を行う。

改良点 4: オムニバス科目 (1 つの授業を複数の教員で担当する科目) を自動編成の対象科目とする。

本モデルでは、オムニバス科目を構成する各分野の授業担当可能教員を指定し、その中から担当者を決定することが可能である。また、オムニバス科目を担当した場合の担当授業数を厳密に計算する。既存のモデルでオムニバス科目を自動編成の対象としているものはない。

改良点 5: 同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目を考慮した自動編成を行う。

時間割編成を行ううえで、同じ曜日時限に開講できない科目の配置に配慮することは必要不可欠である。さらに学生にとって履修しやすい時間割編成を行うためには、同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目にも配慮すべきである。このような科目が同じ曜日時限に開講された場合はペナルティを与え、その総和を最小化するモデルとして定式化する。この改良により、学生にとって履修しやすい時間割編成が可能となる。

## 3 データ作成

本システムの入力データを作成する際には、「グループの設定」、「科目の分類」、「教員グループの設定」、「担当授業数の設定」を行う必要がある。以下では、その定義について簡単に説明する。

### 3.1 グループの設定

グループとは科目の集合であり、グループの設定とは各科目をグループに分けることを指す。ただし、1 つの科目が複数のグループに含まれることもある。提案するモデルを用いて自動編成を行う際、グループを適切に設定することで時間割編成の複雑な制約を簡単に記述することができる。

提案するモデルでは、2 種類のグループの設定を行う。1 つが「同じ曜日時限に開講できない科目のグループ」であり、もう 1 つが「同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目のグループ」である。すなわち、ある「同じ曜日時限に開講できない科目のグループ」に含まれる科目は、いずれも同じ曜日時限に開講することが許されない。また、ある「同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目のグループ」に含まれる科目は、いずれも同じ曜日時限に開講しないように時間割編成することが望まれる。前者はハード制約、後者はソフト制約に対応する。

図 1 にグループ設定の例を示す。グループ  $A_1, A_2$  は

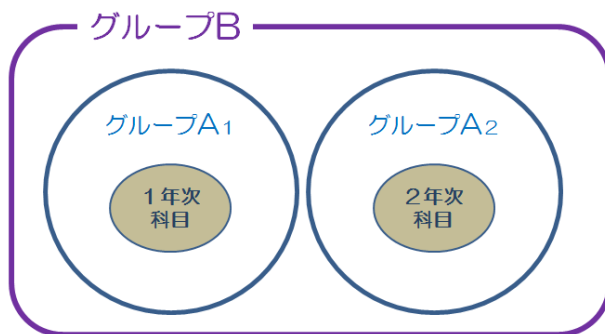


図 1 グループ設定の例

「同じ曜日時限に開講できない科目のグループ」であり、それぞれ、「1年次科目」、「2年次科目」で構成されている。グループ  $B$  は「同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目のグループ」であり、ここでは、 $A_1$  と  $A_2$  の和集合で設定されている。これは、2年次に1年次科目を再履修する可能性を想定してグループ設定をしている例である。 $A_1$  に含まれる科目同士および  $A_2$  に含まれる科目同士は、ハード制約により同じ曜日時限には開講されないため、実際には、 $A_1$  に含まれる任意の科目と  $A_2$  に含まれる任意の科目が同じ曜日時限に開講されないように配慮すれば十分である。

### 3.2 科目の分類

開講曜日時限および授業担当教員が指定されているかどうかによって、各科目を「定置科目」、「変動科目」、「担当者変動科目」の3つに分類する(表1)。

表1 科目の分類

	開講曜日時限	授業担当教員
定置科目	指定	指定
変動科目	可変	可変
担当者変動科目	指定	可変

「定置科目」は、開講曜日時限、授業担当教員ともに指定されている科目であり、時間割自動編成対象の科目ではない。「変動科目」は、開講曜日時限、授業担当教員ともに自動編成する科目である。「担当者変動科目」は、開講曜日時限は指定されており、授業担当教員のみ自動編成で決定する科目である。

1つの科目に対して担当可能な教員が複数いる場合、候補者の中から実際に担当する教員を選ぶことになる。このような科目は、「変動科目」あるいは「担当者変動科目」に分類して担当可能教員を複数指定することにより、システムで自動的に担当者を決めることができる。

一方、担当教員は指定されているが開講曜日時限は自動編成したい科目については、「変動科目」に分類し、授業担当可能教員を指定された教員のみとすることで対応可能である。

### 3.3 教員グループの設定

時間割編成作業を行う際、担当授業数のバランスを考慮した授業担当者の割り当てを行うことが必要となる。この作業を自動化するため、各教員の担当授業数に制約を設ける。

ここでは、教員グループを作成し、この教員グループに担当授業数の制約を設ける。表2は、それぞれの教員グループごとに設けた上下限値の例を示している。例えば、教員グループ1に属する教員は、担当授業数が3以上7以下となる。

### 3.4 担当授業数の設定

各教員が担当する授業数のバランスを考慮することは、時間割を編成するうえで重要な点の1つである。ここで

表2 教員グループごとの上下限値の例

教員グループ	担当授業数(上限値)	担当授業数(下限値)
教員グループ1	7	3
教員グループ2	6	3
教員グループ3	5	3

は、週に90分の授業を半期で15回行う場合に担当授業数を1とする。したがって、1つの授業に複数の分野が含まれ、それぞれ異なる教員が担当するオムニバス科目の担当授業数は、実際に授業を行った回数によって変化する。

表3は、オムニバス科目の担当授業数の計算例を示している。情報システム数理実習は、OR、統計、数学の3つの分野に分かれている。分野ごとに授業担当可能教員が指定されており、この中から、分野ごとに、1人ずつ選ばれる。1つの分野につき5回の授業を行うため、この授業の1分野を担当した場合の担当授業数は  $5/15=0.333\dots$  となる。

表3 南山大学におけるオムニバス科目の例

科目名	分野	授業担当可能教員	担当教員数	担当授業数
情報システム数理実習	OR	笹山, 鈴村, 三村	1	0.333
情報システム数理実習	統計	松田, 木村, 白木	1	0.333
情報システム数理実習	数学	小藤, 佐々木	1	0.333

## 4 モデルの定式化

### 4.1 記号の定義

時間割編成問題を定式化するにあたり、以下の記号を定義する。

定数

$S$ : 科目の集合。

$V$ : 変動科目の集合 ( $V \subset S$ )。

$D$ : 定置科目の集合 ( $D \subset S$ )。

$Q$ : 担当者変動科目の集合 ( $Q \subset S$ )。

$J$ : 同じ曜日時限に開講できない科目のグループの集合。

$I$ : 同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目のグループの集合。

$S_j$ : グループ  $j \in J$  に含まれるの科目の集合 ( $S_j \subset S$ )。

$V_j$ : グループ  $j \in J$  に含まれる変動科目の集合 ( $V_j = S_j \cap V$ )。

$D_j$ : グループ  $j \in J$  に含まれる定置科目の集合 ( $D_j = S_j \cap D$ )。

$Q_j$ : グループ  $j \in J$  に含まれる担当者変動科目の集合 ( $Q_j = S_j \cap Q$ )。

$S'_i$ : グループ  $i \in I$  に含まれるの科目の集合 ( $S'_i \subset S$ )。

$V'_i$ : グループ  $i \in I$  に含まれる変動科目の集合 ( $V'_i = S'_i \cap V$ )。

$D'_i$ : グループ  $i \in I$  に含まれる定置科目の集合

$$(D'_i = S'_i \cap D).$$

$Q'_i$ : グループ  $i \in I$  に含まれる担当者変動科目の集合

$$(Q'_i = S'_i \cap Q).$$

$W$ : 2時限連続科目の集合 ( $W \subset S$ ).

$W_j$ : グループ  $j \in J$  に含まれる 2時限連続科目の集合

$$(W_j = S_j \cap W).$$

$T$ : 時間帯 (開講曜日時限) の集合.

$\hat{T}$ : 2時限連続科目の割り当てが可能な時間帯の集合

$$(\hat{T} \subset T).$$

$O$ : オムニバス科目の集合 ( $O \subset S$ ).

$O_i$ : オムニバス科目  $i \in O$  に含まれる分野の集合.

$M$ : 複数開講科目の集合 ( $M \subset S$ ).

$M_i$ : 複数開講科目  $i \in M$  に含まれるクラスの集合.

$B_s$ : 科目  $s \in S$  の担当授業数.

$F$ : 教員の集合.

$r_t$ : 時間帯  $t \in T$  に使用できる教室数.

$e_s$ : 科目  $s \in V \cup Q$  に必要な教員数.

$P$ : 教員グループの集合.

$u_p$ : 教員グループ  $p \in P$  の担当授業数の上限.

$l_p$ : 教員グループ  $p \in P$  の担当授業数の下限.

$$a_{sf} = \begin{cases} 1: \text{教員 } f \in F \text{ が科目 } s \in V \cup Q \text{ を担当できる,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$b_{tf} = \begin{cases} 1: \text{教員 } f \in F \text{ が時間帯 } t \in T \text{ に授業を担当} \\ \text{できる,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$c_{tf} = \begin{cases} 1: \text{教員 } f \in F \text{ が時間帯 } t \in T \text{ に定置科目を担当} \\ \text{する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$g_{st} = \begin{cases} 1: \text{時間帯 } t \in T \text{ に定置科目 } s \in D \text{ を開講する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$h_{st} = \begin{cases} 1: \text{時間帯 } t \in T \text{ に変動科目 } s \in V \text{ を開講できる,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$n_{st} = \begin{cases} 1: \text{時間帯 } t \in T \text{ に担当者変動科目 } s \in Q \text{ を開講} \\ \text{する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$o_{sf} = \begin{cases} 1: \text{教員 } f \in F \text{ が定置科目 } s \in D \text{ を担当する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$m_{fp} = \begin{cases} 1: \text{教員 } f \in F \text{ が教員グループ } p \in P \text{ に属する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

決定変数

$$x_{st} = \begin{cases} 1: \text{時間帯 } t \in T \text{ に変動科目 } s \in V \text{ を開講する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$y_{stf} = \begin{cases} 1: \text{教員 } f \in F \text{ が時間帯 } t \in T \text{ に科目 } s \in V \cup Q \\ \text{を担当する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

$$k_{s_1 s_2 t} = \begin{cases} 1: \text{時間帯 } t \in T \text{ に変動科目 } s_1, s_2 \in V \text{ を開講} \\ \text{する,} \\ 0: \text{上記以外.} \end{cases}$$

## 4.2 定式化

この問題は次のように定式化できる.

$$\begin{aligned} \text{minimize } & \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{s_1 \in V'_i} \sum_{s_2 \in V'_i \setminus s_1} x_{s_1 t} x_{s_2 t} \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{s_1 \in D'_i} \sum_{s_2 \in V'_i} d_{s_1 t} x_{s_2 t} \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{s_1 \in Q'_i} \sum_{s_2 \in V'_i} n_{s_1 t} x_{s_2 t}, \end{aligned} \quad (1)$$

s.t.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in O} \frac{\sum_{s \in V \cap O_i} x_{st} + \sum_{s \in D \cap O_i} g_{st} + \sum_{s \in Q \cap O_i} n_{st}}{|O_i|} + \\ \sum_{s \in V \setminus O} x_{st} + \sum_{s \in D \setminus O} g_{st} + \sum_{s \in Q \setminus O} n_{st} \leq r_t, \quad t \in T, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\sum_{t \in T} y_{stf} \leq a_{sf}, \quad s \in V \cup Q \setminus W, f \in F, \quad (3)$$

$$\sum_{t \in T} y_{stf} \leq 2a_{sf}, \quad s \in W, f \in F, \quad (4)$$

$$\sum_{s \in V \cup Q} y_{stf} + c_{tf} \leq b_{tf}, \quad t \in T, f \in F, \quad (5)$$

$$e_s x_{st} = \sum_{f \in F} y_{stf}, \quad s \in V, t \in T, \quad (6)$$

$$e_s n_{st} = \sum_{f \in F} y_{stf}, \quad s \in Q, t \in T, \quad (7)$$

$$\sum_{t \in T} x_{st} = 1, \quad s \in V \setminus W, \quad (8)$$

$$\sum_{t \in T} x_{st} = 2, \quad s \in W, \quad (9)$$

$$\sum_{s \in V_j} x_{st} + \sum_{s \in D_j} g_{st} + \sum_{s \in Q_j} n_{st} \leq 1, \quad j \in J, t \in T, \quad (10)$$

$$x_{st} = x_{s(t+1)}, \quad s \in W, t \in \hat{T}, \quad (11)$$

$$y_{stf} = y_{s(t+1)f}, \quad s \in W, t \in \hat{T}, \quad (12)$$

$$x_{st} \leq h_{st}, \quad s \in V, t \in T, \quad (13)$$

$$m_{fp} l_p \leq m_{fp} \left( \sum_{s \in V \cup Q} \sum_{t \in T} y_{stf} * B_s + \sum_{s \in D} o_{sf} * B_s \right) \leq m_{fp} u_p, \quad p \in P, f \in F, \quad (14)$$

$$\sum_{f \in F} y_{s_1 t f} = \sum_{f \in F} y_{s_2 t f}, \quad i \in O, s_1, s_2 \in O_i, t \in T, \quad (15)$$

$$\sum_{f \in F} y_{s_1 t f} = \sum_{f \in F} y_{s_2 t f}, \quad i \in M, s_1, s_2 \in M_i, t \in T, \quad (16)$$

$$x_{st} \in \{0, 1\}, \quad s \in V, t \in T, \quad (17)$$

$$y_{stf} \in \{0, 1\}, \quad s \in V \cup Q, t \in T, f \in F. \quad (18)$$

目的関数 (1) は、同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目が同じ曜日時限に割り当てられた場合にペナルティを与え、その総和を最小化することを意味する.

目的関数 (1) の第 1 項は、同じ曜日時限に開講しないことが望ましい変動科目同士が同じ曜日時限に割り当てられたときのペナルティが 1 であることを示している。同様に、第 2 項は定置科目と担当者変装科目、第 3 項は変動科目と担当者変動科目が同じ曜日時限に割り当てられたときのペナルティが 1 であることを示している。

制約条件 (2) は、各時間帯で教室数を超える数の授業を開講することができないことを表わしている。制約条件 (3)(4) は、各教員が担当可能な科目のみを担当することを表し、制約条件 (5) は、各教員の担当できない時間帯には授業を担当しないことと、同じ時間帯に 2 つ以上の科目を担当できないことを表している。制約条件 (6)(7) は、各科目に必要な教員数を割り当ててことを示している。制約条件 (8)(9) は、指定された時限数だけ開講することを表しており、制約条件 (10) は、同じグループに含まれる科目同士は同じ時間帯に開講しない制約である。制約条件 (11)(12) は、科目  $s \in W$  を 2 時限割り当ててことを表わしている。制約条件 (13) は、各科目は開講不可能な時間帯には開講しないことを示し、制約条件 (14) は、教員が担当する授業数の上下限を表わしている。制約条件 (15) は、オムニバス科目に含まれる科目 (分野) を同じ時間帯に開講することを表わし、制約条件 (16) は、複数開講科目に含まれる科目 (クラス) を同じ時間帯に開講することを表わしている。制約条件 (17)(18) は、変数の 0-1 整数制約である。

この問題は非線形計画問題であるが、新たに 0-1 変数  $k_{s_1 s_2 t} (s_1 \in V'_i, s_2 \in V'_i)$  を導入し、目的関数を

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{s_1 \in V'_i} \sum_{s_2 \in V'_i \setminus s_1} k_{s_1 s_2 t} \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{s_1 \in D'_i} \sum_{s_2 \in V'_i} d_{s_1 t} x_{s_2 t} \\ & + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{s_1 \in Q'_i} \sum_{s_2 \in V'_i} n_{s_1 t} x_{s_2 t} \end{aligned} \quad (19)$$

と書きかえ、さらに制約条件

$$x_{s_1 t} + x_{s_2 t} - 1 \leq k_{s_1 s_2 t}, \quad i \in I, s_1, s_2 \in V'_i, t \in T, \quad (20)$$

$$k_{s_1 s_2 t} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, s_1, s_2 \in V'_i, t \in T. \quad (21)$$

を追加することにより、等価な線形計画問題が得られる。計算実験で用いた定式化は、

目的関数 (19)

制約条件 (2) (18), (20) (21)

である。

## 5 計算結果

2012 年度情報理工学部秋学期の時間割編成実データを使用し、IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.2 を用いて時間割の自動編成を行った。使用した計算機の CPU は Intel Core2 Duo(2.53GHz)、OS は Windows7、搭載しているメモリは 2GB である。問題に含まれる変数の数は約 54,000、制約式の数は約 48,000 である。計算時間は約 1 秒であり、最適値は 24 となった。これは、科目が同じ曜日時限に開講されたとき、同じ曜日時限に開講

しないことが望ましい科目のペアのうち、24 ペアにおいて科目が同じ曜日時限に割り当てられたことを意味する。しかしながら、グループの設定によっては、1 つのペアが 2 回以上数えられる場合があるため、実際に同じ曜日時限に開講された科目のペアは 15 であった。

## 6 おわりに

2012 年度秋学期の科目・教員の実データを用いて本研究で試作したシステムで時間割自動編成を行なった結果、学生にとって履修しやすく、また、教員にとって担当授業数のバランスのとれた時間割作成が可能となった。

時間割編成作業自動化のベースとなるモデルを作成したが、今後は本システムの汎用化に向けて、大学全体、さらには他大学において、汎用的に利用できるような時間割自動編成システムへの発展が必要となる。そこで今後の課題として 2 つのことを考慮しなければならない。

1 つは、教室の容量についての制約を考慮することである。現在南山大学瀬戸キャンパスでは、科目に教室を割り当ての際に、教室の容量はあまり考慮されていない。これは、各科目に対して必要な容量の教室が十分に揃っていることが理由としてあげられる。しかし他大学では、時間割編成の際に教室の容量を考慮しなければならず、時間割編成において大きな問題となっている。

もう 1 つは、同じ曜日時限に開講しないことが望ましい科目に対して優先度の設定を行うことである。優先度の設定を行うことで、特に同じ曜日時限に開講したくない科目同士の開講を優先的に避けることができる。

これらの問題についても自動化することで、さらに汎用的な時間割自動編成システムに改良することができる。

## 参考文献

- [1] M. Horio and A. Suzuki: Application to a University Course Timetabling Problem by a General Project Scheduler, *Lecture Notes in Operations Research*, Vol. 8, 2008, pp. 266-273.
- [2] 堀尾正典: 汎用プロジェクトスケジューラの大学時間割問題への適用, 名古屋学芸大学教養・学際編・研究紀要第 4 号, 2008, pp. 61-74.
- [3] 茨木俊秀, 熱田光紀, 野々部宏司: 汎用ソルバによる時間割作成 - 国際コンペティション ITC2007 に参加して -, スケジューリング・シンポジウム 2008 講演論文集, 2008, pp. 173-176.
- [4] 久保田敬: 時間割編成問題に対する近似解放の研究, 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻 2003 年度修士論文, 2004.
- [5] 光部翔太: 大学の時間割自動編成システムの研究, 南山大学大学院数理情報研究科 2010 年度修士論文, 2011.
- [6] 伊藤美登, 光部翔太, 佐々木美裕, 鈴木敦夫, 伏見正則: 大学授業時間割の自動編成システムについて, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2011 年秋季研究発表会, 2011, pp. 152-153.