# 周波数特性に着目した位置決め制御系における摩擦補償

M2010MM007 早瀬雄太

指導教員:高見勲

# 1 はじめに

高速・精密位置決め制御系設計にあたっては,システ ムモデルと実機の誤差が性能に直結するため,非線形摩 擦モデルには静止摩擦、クーロン摩擦及び粘性摩擦に加 え低速領域で摩擦が速度とともに減少するストライベッ ク効果などの非線形特性を把握する必要がある[1][2].精 密位置決めを行う際にはこれらの摩擦が支配的なシステ ムとなってしまうため摩擦補償が必須である.摩擦を推 定できれば,それを相殺することで,外乱抑制が実現さ れるとして,従来より摩擦や特性変動による性能劣化の 抑制には外乱オブザーバ (DOB) が多く用いられる.摩擦 は固定パラメータでなく、その値は、温度湿度・機械の経 年変化等の環境条件により変化する. そこでリアルタイ ムで摩擦を推定する機構として外乱オブザーバを利用す る [3]. 外乱オブザーバは,入力と出力の計算によって損 失エネルギー(摩擦力)を推定し入力に加えることで摩擦 の補償をするものである.

本研究では,送り機構を含むボールスクリューシステ ムを制御対象とし,制御設計に際しては,精密精度とさ れる微小ストロークでのテーブルの位置決め性能の向上 を目的とする.ボールスクリューシステムで発生する非 線形摩擦は外乱オブザーバで補償する. 外乱オブザーバ では、摩擦の影響が大きい周波数領域で摩擦を抑制するた めのフィルタを用いる.本設計によれば,周波数特性に基 づいてフィルタを設計することで,所望の周波数応答を 満足する制御系を実現することが出来る. 摩擦の影響を 見ると、静止摩擦は直流成分の動作であり、スティックス リップ現象のスリップ現象は高速な動作であり高周波帯 域の動作である.このように摩擦の影響を周波数で見る と、広い帯域にまたがっている、本論文では、周波数に着 目した摩擦の影響を抑制する手法を提案する. メインコ ントローラで低周波数帯域に対応し、DOB で高周波帯域 に対応する. 非線形性の影響は、外乱として推定され、そ れを相殺する信号が入力に加えられるため、システムとモ デルとの誤差は小さくなり、望ましい応答が得られる. 設 計した制御系の有効性の確認をボールスクリューシステ ムを用いて,シミュレーションと実験により検証した.

2 制御対象のモデル化と特性

# 2.1 ボールスクリューシステム

本研究では、現在工作機械で多く採用されている位置 決め制御系であるボールスクリューシステムを制御対象 とする. DC サーボモータ (定格出力 110[W],定格トルク 0.221[Nm])の駆動力をボールスクリュー(全長 100mm, ピッチ 12mm)を介して、テーブルに伝達し、負荷の位置 決めを行う. なお、負荷位置の測定には光学式リニアエン コーダ (分解能 0.1µm)を用いる.

#### 2.2 制御対象のモデル化

電流指令値からテーブルの変位までの伝達関数は (1) 式 と与えられる [4]. システムのパラメータはモータのトル ク定数: $K_t$ ,回転系全慣性モーメント:J,直線形ばね定数: K,直線系の粘性係数:C,テーブルの質量:M,ボールね じ定数:Rとする.

$$P_4(s) = \frac{KRK_t}{JMs^4 + JCs^3 + (JK + R^2KM)s^2 + R^2KCs}$$
(1)

ここでテーブルの運動に比べ,モータの運動が速いことから,モータの回転運動の遅れを無視することで下式を 得る.

$$P(s) = \frac{K_t}{RMs^2 + RCs} \tag{2}$$

となり, (2) 式を簡略化したモデルとする.

本研究では,簡略化したモデルを用いて制御系設計を 行い,プラントモデルを用いてシミュレーションを行う.

#### 2.3 非線形摩擦のモデル化

制御対象のモデル化の際には摩擦を表現するために粘 性要素を用いた.粘性摩擦要素を用いると、システムを線 形で扱えるので便利であるが、摩擦に起因する運動を解 析するため、ストライベック効果を組み込んだ非線形摩 擦モデルを用いる.提案されているストライベック効果 を含んだ摩擦モデルの中から今回はTustin モデルを用い る[5].このモデルは静止状態から始動して加速する際に、 最大静止摩擦力から指数関数的な過渡状態であるストラ イベック効果を経て、クーロン摩擦と粘性摩擦が支配的な 動摩擦領域へ移行する非線形摩擦モデルである.Tustin モデルを用いた非線形摩擦を(3)式とFig.1示す.

$$F = (F_c + (F_s - F_c)e^{-|\omega|/\omega_s}) \times sign(\omega) + F_v\omega \quad (3)$$



Fig. 1 Tustin friction model

ここで、 $\omega$ はテーブルの速度、 $\omega_s$ はストライベック速度、 F<sub>s</sub>は最大静止摩擦力、F<sub>c</sub>はクーロン摩擦力、F<sub>v</sub>は粘性摩 擦係数、sgn(·) は符号関数である. 摩擦の同定は,正弦波入力の応答によって最大静止摩擦 力,クーロン摩擦力を求め,一定速度駆動実験により粘性 摩擦係数を測定した.

#### 2.4 非線形摩擦の周波数特性

摩擦の影響による位置決めの性能の劣化が問題となる ため、ボールスクリューシステムで発生する摩擦の解析を 行う. 0.4[A] の電流を開ループで入力した場合のテーブ ルの位置をフーリエ変換した場合のスペクトルを Fig. 2 示す. これより、主成分周波数は 10[rad/sec] 付近に存在 することが確認できた.この周波数帯域の摩擦の影響を 外乱オブザーバにより補償し、位置決め精度向上を図る.



Fig. 2 Behavior of friction

# 3 外乱オブザーバによる非線形摩擦補償

本研究では、目標値追従特性と外乱抑制を独立に設計する.ここで、外乱オブザーバを併用したフィードバックによって外乱抑制の向上を実現する.

システム全体のブロック線図を Fig. 3 に示す.



Fig. 3 Block diagram of control system

非線形摩擦を外乱とみなし、外乱オブザーバにより外乱 を推定しフィードバックすることで摩擦の補償を行う.

しかし、従来の方法では摩擦を推定する場合に微分要素 が必要となるため実現は難しい.そこで、フィルタ $\frac{s}{Ts+1}$ を通すことで疑似微分し、次のように推定摩擦  $\hat{F}$ を得る.

$$\hat{F}(s) = \frac{K_t I(s)}{R} - \left(\frac{Ms^2}{(Ts+1)^2} + \frac{Cs}{Ts+1}\right) x(s) \quad (4)$$

このとき, *T* を小さくとることで遅れの少ない推定値を得る. 今回は T=0.016[s] とする.

3.1 H∞制御理論によるフィルタの設計

外乱オブザーバを用いて、非線形摩擦を補償する手法 は数多くあり、位置決め精度向上を実現するために、オブ ザーバゲイン、ローパスフィルタ、推定遅れ補償フィルタ を付加することが提案されている.

本研究では周波数特性に着目し、非線形摩擦の影響が大きな領域のゲインを補償するフィルタQ(s)を $H\infty$ 制御理論によって求める.外乱オブザーバには岩崎ら[6]が示した構成方法を用いる.その際必要となる一般化プラントをFig.4に示す.ここでP(s)は(2)式, $P'(s)^{-1}$ は疑似微分によって求めたP(s)の逆プラントである.

$$P'(s)^{-1} = \frac{(MR + CRT)s^2 + CRs}{K_t T^2 s^2 + 2K_t Ts + K_t}$$
(5)

 $W_1, W_2(s)$  は重み関数である. Fig. 4 は一般化制御対象 と呼ばれ,  $G_{zw}(s)$  は, w から  $z_1, z_2$  までの伝達関数を示し ている.  $G_{zw}(s)$  に対し, u = Qyのフィードバックによっ て, 閉ループ系を内部安定化し, かつ, 与えられた  $\gamma$  に対 して,

$$\| G_{zw}(s) \|_{\infty} < \gamma \tag{6}$$

を満たすフィルタQ(s)を求める.



Fig. 4 Generalized Plant

#### **3.2** *H*∞ フィルタの適用

2.4 節より,高周波数領域に対して摩擦の影響が大きい ことが確認できた.よって本研究ではそれらの領域をカッ トするように H∞ フィルタを設計し、スティックスリッ プ現象の発生を防ぐ.今回は重みをそれぞれ

$$W_1 = 1.7, W_2(s) = \frac{3s + 0.0003}{10s + 1} \tag{7}$$

とした. $W_2(s)$ は10[rad/sec]の領域をカットするように重みを決定した.本来的には $W_1$ は不要であるが,無限大の入力を許可しないという $H\infty$ 制御の可解条件を満たさなくなるので付け加えている[7].それぞれのゲイン線図を以下に示す.

(7) 式により指定した重み関数より  $H\infty$  フィルタを導出する.フィルタの導出には MATLAB<sup>1</sup>を用いた.フィルタ Q(s) の伝達関数は下式のようになる.

$$\frac{Q_4(s) = \frac{64.81s^4 + 6.654 \times 10^5 s^3 + 4.174 \times 10^7 s^2}{s^4 + 1.033 \times 10^4 s^3 + 1.281 \times 10^6 s^2}$$
  
<sup>1</sup>MATLAB は米国 the Math Works 社の登録商標



Fig. 5 Bode diagram of weighting function

$$\frac{+4.108 \times 10^7 s + 34.62}{+3.988 \times 10^7 s + 3.988 \times 10^5} \tag{8}$$

複雑なシステムを用いて設計したフィルタである (8) 式 は、高次元になってしまう.ここで平衡化打ち切り法を用 いてフィルタの低次元化を行う.1次の低次元化モデルの 構成をした結果、下式になった.

$$Q_1(s) = \frac{64.81s + 66.58}{s + 62.99} \tag{9}$$

4次のフィルタと1次の低次元化フィルタはほぼ一致す るため、シミュレーション、実験には低次元化フィルタ を用いる.

#### 4 周波数成形による制御系設計

目標値追従は  $H\infty$  制御によって行う. その際に外乱オ ブザーバでは補償していない低周波領域を補償するため に周波数成形を用いてメインコントローラの設計を行う. フィルタ Q(s) は 10[rad/sec] の高周波領域を補償するよ うに設計したので、メインコントローラは 10[rad/sec] 以 下の低周波領域を補償するように周波数重み  $W_t$  を次の ように設定した.

$$W_t(s) = 0.1 \times \frac{0.1s + 1}{10s + 1} \tag{10}$$

とした.

また,偏差の積分に対する重み $W_e$ と入力に対する重 み $W_u$ ,はそれぞれ以下のように設定した.

$$W_e = 1, W_u = 0.03 \tag{11}$$

#### 4.1 一般化制御対象の設定

次に一般化制御対象のブロック線図を Fig. 6 に示す.ここで,P(s)はプラント,w(t)は目標値, $K_f = [K_x K_t K_e]$ は状態フィードバックゲイン, $z_u(t)$ , $z_x(t)$ , $z_e(t)$ , $z_t(t)$ はそれぞれ入力,状態,目標値追従,ロバスト安定化に対する評価出力である.Fig.6 より,目標入力w(t)から評価出力z(t)までの $H\infty$ ノルムを最小にするような状態フィードバックゲイン  $K_f$ を設計する. $K_f$ は(12)式となる.



Fig. 6 Block diagram of generalized plant

$$K_f = \begin{bmatrix} -1500 & 6.81 & -2.60 & 51330 \end{bmatrix}$$
(12)

メインコントローラの効果を確認するために、摩擦 w から位置 y までの一巡伝達関数を比べたゲイン線図を Fig. 7 に示す.メインコントローラを付加した場合は DOB では補償できていない低周波領域のゲインを下げていることが確認出来る.



Fig. 7 Bode diagram of DOB and Main controller

## 5 シミュレーション

#### 5.1 ステップ応答シミュレーション

シミュレーションは以下の条件で行われ、目標値 1.0× 10<sup>-5</sup>[m] のステップ入力をすべてのケースにおいて 1.0 秒 後に加えた場合の負荷の位置を示す.

- Case 1 : メインコントローラのみ
- Case 2 : メインコントローラ + DOB
- Case 3 : メインコントローラ + DOB + フィルタ Q<sub>1</sub>

Fig. 8 は負荷の位置 [m], Fig. 9 は制御入力 [A] を示す. Case 1 の場合は, 非線形摩擦の影響で立ち上がりはじめる まで時間がかかり, また, 定常偏差が解消できない. Case 2 の場合は, Case 1 の場合に比べて立ち上がりまでの時 間は早くなっているが, それでも非線形摩擦の影響で立ち 上がりはじめるまで若干時間がかかり, 定常偏差は Case 1 と同様に解消されていない. Case 3 の場合は, DOB + フィルタ  $Q_1$  の効果により, 立ち上がりが最も早く, 定常 偏差もなく収束している. これより,  $H\infty$  コントローラ + DOB + フィルタ  $Q_1$ を用いることによって目標位置に制 御されることが確認できた.



Fig. 8 Simulation of step input



Fig. 9 Input to plant

## 6 実験

#### 6.1 ステップ応答実験

実験装置として2章に示したボールスクリューシステム を使用した. 6.2 節と同様の条件の下実験を行った. Fig. 10 は負荷の位置 [m], Fig. 11 は制御入力 [A] を示す.負 荷の位置はシミュレーションと同様に Case 3 では, Case 1 では解消できなかった定常偏差を解消し, Case 2 では収 束まで約 15 秒かかっていたのに対して,約5 秒で収束し ているのが確認できる.制御入力はは, Case 1, Case 2 で は,入力の勾配が緩やかで,立ち上がりまでに時間が時か かるのに対し, Case 3 では,フィルタ Q1 の効果で,摩擦 を解消するために,入力の勾配が急になり,立ち上がりが 早くなることが確認出来る.

# 7 おわりに

本研究では、ボールスクリューシステムを制御対象として、摩擦補償による高速、高精度の位置決め制御系の設計 を行った.摩擦補償は外乱オブザーバと H∞ フィルタを 用いて行った.ボールスクリューシステムの周波数特性 に着目し、非線形摩擦の影響の大きい周波数領域を求め制 御系設計を行い、非線形摩擦を含むシステムに外乱オプ ザーバと H∞ フィルタを適用することによって非線形摩 擦を解消する方法を提案した.また、シミュレーションお よび実験により提案法の有効性を確認した.そして、コン



Fig. 10 Experiment of step input



Fig. 11 Input to plant

トローラ、フィルタ共に H∞ 制御理論を用いて設計した が、目標値追従特性と、外乱抑制を独立に設計した.今後 の課題としては、より精度の高い摩擦モデルを用いて実機 に近いシミュレーションを行うこと、コントローラ、フィ ルタの安定性を考慮し設計することである.

# 参考文献

- L.Marton and B.Lantos, Modeling, Identification, and Compensation of Stick-Slip Friction, IEEE Trrans. on Indusrial Electronics, 54-1, 511/521(2007)
- [2] P.E.Dupont, Avoiding Stick-Slip Through PD Control, IEEE Trans. on Automatic Control, 39-5, 1094/1097(1994)
- [3] 粟屋伊智郎、加藤義樹、三宅岩夫、伊藤正美、外乱オ ブザーバを利用した非線形摩擦のトルクバイアス補 償法、日本機械学会論文集 C,57-534, 371/376(1991)
- [4] 浅野良:非線形摩擦を考慮した送り駆動系に対する位 置決め制御,南山大学数理情報研究科論文 (2010)
- [5] Lorinc Marton, Bela Lantos:Modeling, Identification, and Compensationof Stick-Slip Friction, IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 54-1, 511-521(2007)
- [6] 岩崎誠ほか: 非線形摩擦のモデル化と摩擦補償による位置決め制御系の高精度化,電気学会誌 D,12-6, 732/739(2006)
- [7] 山本敏郎ほか:二自由度モデルマッチング制御系に おける安定化制御器の H∞ 制御理論による設計,日 本機械学会論文誌 C,64-617, 96/1425(1998)