スライディングモード制御を用いた ロープ長の変動に不変なクレーンシステムの制御系設計

M2010MM009 堀津 孝徳
指導教員 高見 勲

1 はじめに

クレーンは工場や, 建設現場, 港湾など, 様々な場所で利用されている. クレーンによる運搬作業は, 安全かつ短時間で行う事が求められているが, 操縦者による技量の差が生じる. また, 吊り荷の振動は操縦者の作業効率を悪化させるという問題がある. この問題を解決する1つの方法として, クレーン操作の自動化に対する研究が進められている. さらに, 大型のクレーンの場合, 吊り荷のロープ長の変動幅が大きくなり, 吊り荷に対する制振性能の劣化は免れない. この問題に対して, スライディングモード制御理論を用いる. スライディングモード制御理論は, 切換入力を用いることによりシステムの構造を変化させる可変構造制御理論の一つとして捉えられる. 大きな特徴として, 希望の超平面に状態を拘束すれば, 低次元なシステムとなる. また, 制御対象の不確かさに対して, マッチング条件を満たす場合には, 不変となる性質を有する [1].

しかし, マッチング条件を満たさない場合には, 不変性を有さず, ロバスト性に関する性能に差が生じる. したがって, マッチング条件を満たさない制御対象の不確かさに対して, 不変な制御系設計を行うことが重要となる. この問題を解決するために多くの研究がなされている. 例えば, 変換行列によりシステムに対して座標変換を行うことで, 不確かさに対して不変とする手法があるが [2], 適切な変換行列を探し出すことが困難となる場合がある. またモデルパラメータを用いた状態変数変換を行うことによって, マッチング条件を満たさない不確かさを見かけ上, マッチング条件を満たす確かな表現に変換する制御器設計法が提案されている [3]. この場合, 不変性に近いロバスト性が期待される.

本研究の目的は, マッチング条件を満たさないパラメータ変動を含むジブクレーンシステムに対して, 不変な制御系を設計することである. ここで, 不変とはパラメータ変動であるロープ長がいかなる長さであっても, 応答が完全に一致することである. 不変な制御系設計のために, 標準的な変換行列を用いて座標変換を行い, 入力の数だけ低次元化されたサブシステムの伝達関数に着目し, ロープ長の変動に対してサブシステムが不変となることを証明する. また, このサブシステムに基づき, ロープ長の変動に影響を受けない不変な制御系をスライディングモード制御を用いて設計すると共に, この制御系の制御性能をシミュレーションにて検証する.

2 制御対象

Fig. 1 のクレーンシステムは, 並進運動のみのジブクレーンシステムである. これは, 滑車であるトロリーを制御し, 吊り荷であるペイロードの揺れを最小に抑え, 迅速に輸送するシステムである.

Fig. 1 Jib Crane

本研究では, ロープ長 l_p[m] は時不変とし, ペイロードの位置 y[m] を制御する. また, トロリーの変位 x_j[m] とロープの触れ角 γ[rad] はセンサーで計測することができる. このジブクレーンシステムの概略図を Fig. 2 に示す.

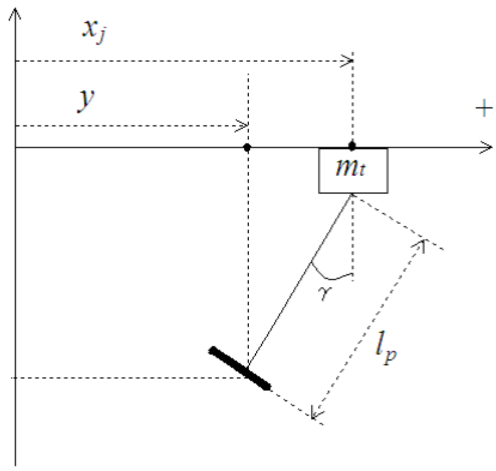

Fig. 2 Jib System

ここで, 状態変数を $x = [x_j \quad \gamma \quad \dot{x}_j \quad \dot{\gamma}]^T$ とすると, 状態方程式は以下のように表現できる.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

$$y = Cx \tag{2}$$

ここで,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_{42}}{l_p} & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ \frac{b_4}{l_p} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 \\ -l_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

となり, a_{32}, a_{42}, b_3, b_4 は l_p に依存しない定数である.

3 スライディングモード制御理論による制御系設計

スライディングモード制御理論による制御系設計を示す. その中で, パラメータ変動を含むシステムに対して, 正準形への座標変換後, パラメータ変動に対して不変な制御系の設計を行う.

3.1 マッチング条件

スライディングモード制御において, マッチング条件を満たすパラメータ変動や外乱に対しては, 切換入力で打ち消すことができる. すなわち, マッチング条件を満たすシステムは, 超平面上での状態のふるまいがパラメータ変動に対して不感となり, 不変性を保持する [4].

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta_A)x + Bu \tag{3}$$

ここで, Δ_A は変動パラメータである. 式 (3) が, パラメータ変動に対して不変となる条件は,

$$\Delta_A = B\Lambda \tag{4}$$

を満たすような Λ が存在することである. これをマッチング条件と呼ぶ. 今, Λ を以下のように定義する.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 & \Lambda_4 \end{bmatrix} \tag{5}$$

ジブクレーンシステムの状態方程式である式 (1) に対してこの Λ を用いた場合, 下式となる.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_{42}}{l_p} & 0 & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ \frac{b_4}{l_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 & \Lambda_4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_3\Lambda_1 & b_3\Lambda_2 & b_3\Lambda_3 & b_3\Lambda_4 \\ \frac{b_4}{l_p}\Lambda_1 & \frac{b_4}{l_p}\Lambda_2 & \frac{b_4}{l_p}\Lambda_3 & \frac{b_4}{l_p}\Lambda_4 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

式 (1) で記述されたジブクレーンシステムの状態方程式では, 式 (6) を満たす Λ_2 が存在しない. すなわち, 式 (1) のジブクレーンシステムはロープ長の変動に対して不変性が保証されないと言える.

3.2 正準形への座標変換及びサブシステムの導出

本研究では, サブシステムに対してコントローラの設計を行うため, 正準形に座標変換し, その正準形からサブシステムを得ることができる. 正準形に座標変換する際, 変換行列 T を用いて正準形への座標変換を行う. その際, 変換行列 T を適切に選ぶことにより, パラメータ変動に対して不変となるが [2], 適切な変換行列を探し出すことが困難である. 本研究では, 式 (1),(2) の状態方程式に対して, 以下の変換行列 T を用いて正準形への座標変換を行う.

$$T = \begin{bmatrix} I_{3\times3} & -B_1B_2^{-1} \\ 0 & I_{1\times1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

ここで, $B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}^T, B_2 = \frac{b_4}{l_p}$ である.
$\tilde{x} = Tx$ として,

$$\tilde{A} = TAT^{-1}, \tilde{B} = TB, \tilde{C} = CT^{-1} \tag{8}$$

より, 状態変数および式 (1), (2) を以下のように変換する.

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x_j & \gamma & \dot{x_j} - l_p\dot{\gamma} & \dot{\gamma} \end{bmatrix}^T \tag{9}$$

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \tag{10}$$

$$y = \tilde{C}\tilde{x} \tag{11}$$

ここで,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & l_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} - a_{42} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a_{42}}{l_p} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{b_4}{l_p} \end{bmatrix}, \tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ -l_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

となる. しかし, 得られた正準形も式 (4) を満たすような Λ が存在しないため, パラメータ変動に対して不変であるとは言えない. 次に, ジブクレーンシステムの正準形である式 (10), (11) からサブシステムを導出する. まず, 状態変数を

$$\tilde{x}_1 = \begin{bmatrix} x_j & \gamma & \dot{x}_j - l_p\dot{\gamma} & \end{bmatrix}^T, \tilde{x}_2 = \dot{\gamma} \tag{12}$$

とし, 以下のように表現する.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{B}_2 \end{bmatrix} u \tag{13}$$

$$y = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x_1} \\ \tilde{x_2} \end{bmatrix} \tag{14}$$

ここで,

$$\tilde{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{32} - a_{42} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_{12} = \begin{bmatrix} l_p \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{a_{42}}{l_p} & 0 \end{bmatrix}, \tilde{A}_{22} = 0, \tilde{B}_2 = \frac{b_4}{l_p}$$

$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & -l_p & 0 \end{bmatrix}$$

となる．正準形である式 (13), (14) から以下のサブシステムを得る．

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{A}_{11}\tilde{x}_1 + \tilde{A}_{12}\tilde{x}_2 \tag{15}$$
$$y = \tilde{C}_1\tilde{x}_1 \tag{16}$$

式 (15),(16) は, x_1 を状態量, x_2 を新たな制御対象とする低次元化されたサブシステムとなる．このサブシステムに対して, コントローラを設計する．

3.3　不変性の証明

導出したサブシステムは, 変動パラメータであるロープ長 l_p を含んでいる．このサブシステムに対しての入力から出力までの伝達関数を求めると,

$$\begin{aligned} P_s(s) &= \tilde{C}_1(sI - \tilde{A}_{11})^{-1}\tilde{A}_{12} \\ &= \frac{a_{32} - a_{42}}{s^3} \end{aligned} \tag{17}$$

となる．ここで, $a_{32} - a_{42}$ は定数となる．一般的には, パラメータ変動を含むシステムに関してはロバストなコントローラの設計が必要とされるが, 式 (17) よりサブシステムの伝達関数である $P_s(s)$ はロープ長 l_p に依存しておらず, ロープ長 l_p が変動してもサブシステムの伝達関数はすべて一致する結果となる．よって, このサブシステムに対してコントローラを設計すれば, 変動パラメータであるロープ長 l_p に対して不変な制御系の設計が実現可能である．

3.4　等価制御系

3.3 節で導出した式 (15), (16) のサブシステムに対してコントローラを設計する．このコントローラは状態が超平面に到達後, システムを安定化させるコントローラとなる．ダイナミクスを持つ切換関数を新たに次式で定義する [5].

$$\sigma = S(\tilde{x}_{1,z}) + \tilde{x}_2 \tag{18}$$

超平面 $S(\tilde{x}_{1,z})$ にダイナミクスを持たせるため, 次の状態量 z を付加する．

$$\dot{z} = Fz + Ge \tag{19}$$
$$S(\tilde{x}_{1,z}) = -Hz \tag{20}$$

また, e は目標値 r と出力 $y = \tilde{C}_1\tilde{x}_1$ との偏差であり,

$$e = r - \tilde{C}_1\tilde{x}_1 \tag{21}$$

となる．次に, 状態が超平面に拘束されているとき $\dot{\sigma} = 0$ より, 等価制御入力は,

$$u_{eq} = \tilde{B}_2^{-1}\left\{HFz - (\tilde{A}_{21} + HG\tilde{C}_1)\tilde{x}_1 + HGr\right\} \tag{22}$$

となる．また, $\sigma = 0$ より,

$$\tilde{x}_2 = Hz \tag{23}$$

となる．式 (23) を式 (13) に代入して次のダイナミクスを持つ等価制御系を得る．そのブロック線図を Fig. 3 に示す．

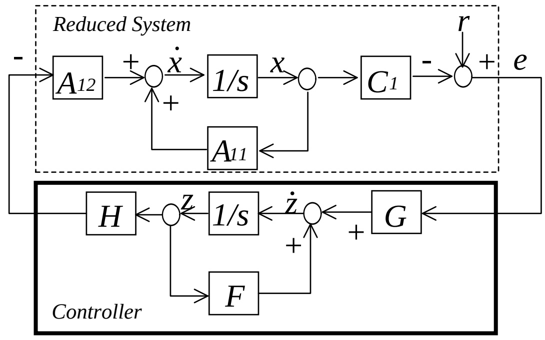

Fig. 3 Equivalent control system

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12}H \\ -G\tilde{C}_1 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} r \tag{24}$$

式 (24) が安定となるように, F, G, H を決定すれば, 変動パラメータであるロープ長 l_p に影響を受けず, 不変な制御系を設計できる．また, 式 (22) の等価制御入力をサブシステムに代入すると,

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{A}_{11}\tilde{x}_1 + \tilde{A}_{12}\tilde{x}_2 \tag{25}$$
$$\dot{\tilde{x}}_2 = HFz - HG\tilde{C}_1\tilde{x}_1 + HGr \tag{26}$$

となる．また, $\sigma = 0, \dot{\sigma} = 0$ より

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{A}_{11}\tilde{x}_1 + \tilde{A}_{12}Hz \tag{27}$$
$$\dot{z} = Fz - G\tilde{C}_1\tilde{x}_1 + Gr \tag{28}$$

となる．式 (27), (28) より

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12}H \\ -G\tilde{C}_1 & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} r \tag{29}$$

と表現され, この閉ループ系のふるまいはパラメータ変動 l_p の長さに関わらず, 式 (24) の等価制御系と一致する．これより, 状態を超平面上に拘束すれば, パラメータ変動であるロープ長 l_p の変動に関係なく超平面内での安定性が保証される．また, サブシステムに対してロバスト性を必要としない簡易な安定化コントローラを導出すればよいことになる．本研究では, F, G, H を同一次元オブザーバ (Fig.4) を利用して出力フィードバック形式のコントローラを設計した [6].

3.5　非線形制御入力の設計

ジブクレーンシステムの状態を超平面に到達させるための非線形制御入力の設計を行う．まず, リアプノフ関数を次式のように定義する．

$$V = \frac{\sigma^2}{2} \tag{30}$$

$P_s(s)$ の閉ループ系が漸近安定であるためには, $\dot{V} < 0$ でなければならないため, 安定条件は次式となる．

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \cdot \dot{\sigma} \\ &= \sigma(-H\dot{z} + \dot{\tilde{x}}_2) \\ &= \sigma\tilde{B}_2(u - u_{eq}) < 0 \end{aligned} \tag{31}$$

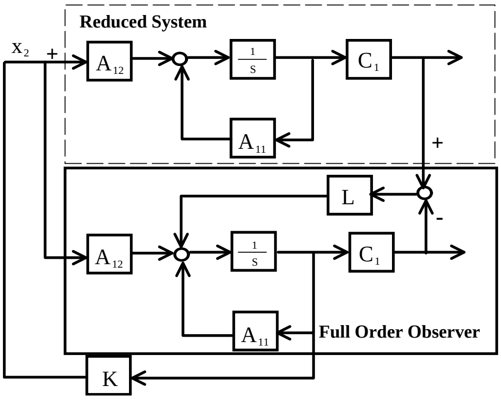

Fig. 4 Full order observer

式 (31) より以下の切換則を得る.

$$u = \begin{cases} u_{eq} - k \mid u_{eq} \mid \cdots \tilde{B}_2\sigma > 0 \text{ のとき} \\ u_{eq} + k \mid u_{eq} \mid \cdots \tilde{B}_2\sigma < 0 \text{ のとき} \end{cases} \tag{32}$$

これを満たす非線形制御入力 u_{nl} は, 次式となる.

$$u_{nl} = -k\frac{\tilde{B}_2\sigma}{\mid \tilde{B}_2\sigma \mid +\eta} \mid u_{eq} \mid \tag{33}$$

ここで, k は切換幅となり, η はチャタリングを低減するために付加した微小な正数である. 3.4 節で導出した等価制御入力とこの非線形制御入力を合わせた下式が制御入力となる.

$$\begin{aligned} u = \tilde{B}_2^{-1}\left\{HFz - (\tilde{A}_{21} + HG\tilde{C}_1)\tilde{x}_1 + HGr\right\} \\ - k\frac{\tilde{B}_2\sigma}{\mid \tilde{B}_2\sigma \mid +\eta} \mid u_{eq} \mid \end{aligned} \tag{34}$$

4 シミュレーション

ロープ長を $l_p = 0.3$[m] としてコントローラの設計を行った. ロープ長を 0.3[m] から 0.8[m] まで 0.1[m] ごとに変化させ, ペイロードの揺れを最小限にしつつ, トロリーを目標値に収束させるシミュレーションを行った. 目標値を 0.05[m] としたとき, それぞれの結果と, 等価制御系の閉ループ系の応答も重ね合わせて Fig.4 に示す. Fig.4 より, 一度, コントローラを設計すれば, システムのロープ長 l_p が変動しても影響を受けないことがわかる. また, 非線形制御入力, 等価制御入力, 制御入力を Fig.5 に示す. 非線形制御入力が 0 になっていることから状態が超平面に到達し, 等価制御入力によって制御し, 目標値に収束している.

5 おわりに

本研究では, ロープ長の変動に影響されるジブクレーンシステムに対して, スライディングモード制御を適用した. マッチング条件を満たさない場合においても, 状態変数の等価変換を行い, 等価変換後のサブシステムに着目し, ロープ長の変動に対して不変であることを発見した. また, シミュレーションを行い, ロープ長の変動に対して不変であることを検証した.

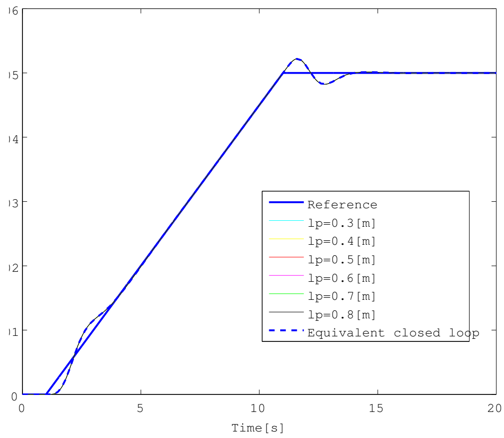

Fig. 5 Simulation

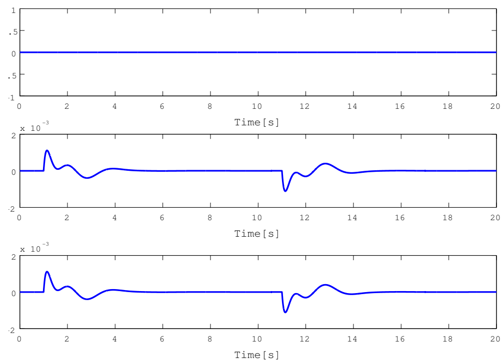

Fig. 6 Input to plant

参考文献

[1] 野波健蔵, 田宏奇:スライディングモード制御, コロナ社 (1994).

[2] 山崎大生, 狩野泰, 鎌田崇義, 永井正夫, 木村哲也: 鉄道車両の車輪滑走防止のためのスライディングモード制御, 日本フルードパワーシステム学会論文集 Vol. 37,No.6 pp.73-79(2006)

[3] 藤本啓吾, 横山誠:アンマッチドな不確かさに対するスライディングモード制御器とオブザーバの設計法, 講演論文集 2009(46), 263-264, 日本機械学会 (2009)

[4] 野波健蔵, 西村秀和, 平田光男:MATLAB による制御系設計, 東京電機大学出版局 (1998)

[5] 梶谷満信, 野波健蔵:H∞ ロバスト超平面を有するスライディングモード制御を用いた高性能アイドル回転制御, 日本機械学会論文集.C 編 67(663), 3491-3497, (2001)

[6] 川田昌克:MATLAB/Simulink による現代制御入門, 森北出版株式会社 (2011)