

# LEGO Mindstorms を用いたゲインスケジューリング制御による 自律走行2輪型バイクロボットの姿勢安定化

M2011MM020 本多淳也

指導教員：高見勲

## 1 はじめに

本研究では、ゲインスケジューリング制御を用いて自律走行2輪型バイクロボットの走行安定化を行う。車体速度をスケジューリングパラメータと捉えゲインスケジューリング制御を行う。2輪型バイクロボットの状態方程式には車体速度の2次項が存在する。車体速度の2次項を含むシステムを文献 [1], [2] の手法を用いて依存の形式を1次に変換する。スケジューリングパラメータに関して1次の形で表現されたシステムに対して、スケジューリングパラメータがとる値の端点のLMIを連立して解くことでゲインスケジューリングコントローラを得る。LEGO Mindstorms を用いた2輪型バイクロボットを実験機とする。シミュレーション、実験を通して自律走行2輪型バイクロボットに対するゲインスケジューリング制御の実用性を示す。

バイクや自転車などの2輪車は身近な乗り物であるとともに、その走行特性は複雑で興味を惹かれるものである。2輪車は不安定な系であり、これを安定に制御して走行させることは工学的な応用のみならず、教育分野での制御工学への理解促進につながると考える。

2輪車に関して、これまで様々な研究がおこなわれている。1971年、Sharpによる2輪車の直進安定性の研究は有名で [3]、これにより、2輪車の直進安定性を議論するには、操舵角、車体の横滑り角、方位角、キャンバ角(車体の傾斜角)の4自由度が必要であることが示された。このモデルは複雑なため、このモデルを用いた走行を安定化する研究は行われなかった。近年では、より簡易なモデルを用いることで、2輪車の姿勢安定化のための研究が行われるようになった。

2輪車の姿勢安定化には、重心を移動させる方法とハンドルを操作する方法の2つの手段がある。多くの研究はこの2つを組み合わせることで2輪車の無人安定走行を実現している [4], [5], [6]。しかし、2輪車の重心を移動させる方法では、慣性ロータやフライホールなどの装置を取り付ける必要があるため、そのような装置は搭載スペースを取ることから2輪車の利点である機動性を無くす怖れがある。そこで、本研究ではハンドル操作のみで走行安定を実現することを目的とする。

## 2 制御対象

図1のような2輪型バイクロボットを組み立てた。このロボットにはジャイロセンサ、加速度センサ、ロータリエンコーダが搭載されており、車体の傾斜角速度、車体の進行方向に対する加速度、DCモータの回転角度を検出できる。ハンドルの操舵角を制御することにより、バイクロボットの姿勢を安定化する。

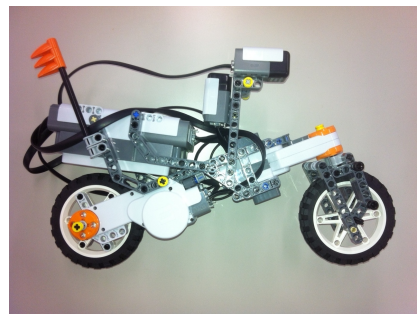


図1 自律走行2輪型バイクロボット

## 3 モデリング

図2, 図3に自立2輪型バイクロボットの概略図を示す。

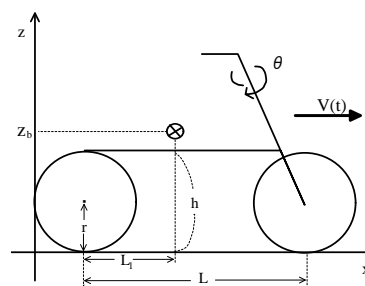


図2 Side view of motor bike

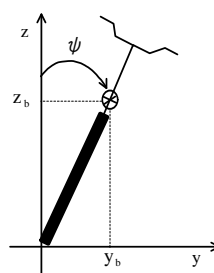


図3 Back view of motor bike

ここで、 $V(t)[m/sec]$  は車体の速度、 $\psi[deg]$  は車体の傾斜角、 $\theta[deg]$  はハンドルの操舵角である。

文献 [7] の結果をもとにモデリングを行う。本研究で用いた物理パラメータを表1に示す。車体慣性モーメント、DCモータ慣性モーメントは文献 [8] の値を用いた。

制御対象を前輪系と車体系に分けて運動方程式を導出する。

表 1 モデルのパラメータ

重力加速度	$g = 9.81$	[m/sec <sup>2</sup> ]
車体質量	$M = 0.7212$	[kg]
重心の高さ	$h = 0.086$	[m]
前輪中心から後輪中心までの長さ	$L = 0.2135$	[m]
重心から後輪までの長さ	$L_1 = 0.065$	[m]
車体の速度	$V(t) \in [0.40, 0.60]$	[m/sec]
車輪の質量	$R_w = 0.054$	[kg]
車輪の半径	$r = 0.04$	[m]
車輪の厚さ	$l = 0.0137$	[m]
車体慣性モーメント	$J_\psi = mh^2/3$	[kgm <sup>2</sup> ]
DC モータ慣性モーメント	$J_m = 1 \times 10^{-5}$	[kgm <sup>2</sup> ]
前輪周りの慣性モーメント	$J_f = (r^2/4 + l^2/12) \times m$	[kgm <sup>2</sup> ]
DC モータ抵抗	$R_m = 6.69$	[ $\Omega$ ]
DC モータの逆起電力定数	$K_b = 0.468$	[Vsec/rad]
DC モータトルク定数	$K_t = 0.317$	[Nm/A]
車体と DC モータ間の摩擦係数の摩擦係数	$f_m = 0.0022$	

### 3.1 前輪系の運動方程式

前輪系の運動を回転運動と捉えることで、前輪系の運動方程式を (1) 式と表すことができる。DC モータへの入力電圧  $v$  とハンドルへの入力トルク  $\tau$  の間には (2) 式の関係がある。

$$(J_m + J_f)\ddot{\theta} = \tau \quad (1)$$

$$\tau = \alpha v - \beta \dot{\theta} \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{K_t}{R_m}, \quad \beta = \left( \frac{K_t K_b}{R_m} + f_m \right) \dot{\theta}$$

### 3.2 車体の運動方程式

2 輪型バイクロボットの車体を倒立振り子と考える。ラグランジュ方程式を用いて運動方程式を導出する。車体の重心の位置を  $(y_b, z_b)$  とする。直進方向の運動エネルギー  $T_1$ 、車体の回転方向の運動エネルギー  $T_2$ 、位置エネルギー  $U$  は (3) 式となる。

$$T_1 = \frac{1}{2} M (\dot{y}_b^2 + \dot{z}_b^2), \quad T_2 = \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2, \quad U = Mgz_b \quad (3)$$

ラグランジュアン  $\mathcal{L}$  は (4) 式のように表される。

$$\mathcal{L} = T_1 + T_2 - U \quad (4)$$

ラグランジュ方程式を直立姿勢近傍で線形化し、運動方程式を求める。車体の傾斜角度が十分小さいとし、 $\psi \rightarrow 0$  の極限をとり、 $\sin\psi \rightarrow \psi$ 、 $\cos\psi \rightarrow 1$ 、 $\dot{\psi}^2 \rightarrow 0$  と近似する。ハンドル操舵角度が十分小さいとして、 $\theta \rightarrow 0$  の極限をとり、 $\sin\theta \rightarrow \theta$ 、 $\cos\theta \rightarrow 1$ 、 $\dot{\theta}^2 \rightarrow 0$  と近似すると、(5) 式と表現できる。

$$(J_\psi + Mh^2)\ddot{\psi} = Mgh\psi - Mh\ddot{y} \quad (5)$$

文献 [7] より、 $\ddot{y}$  と  $\theta$ 、 $\dot{\theta}$  の間には (6) 式のような関係がある。

$$\ddot{y} = \frac{V^2(t)}{L}\theta + \frac{L_1 V(t)}{L}\dot{\theta} \quad (6)$$

(6) 式を (5) 式に代入すると、車体の運動方程式は (7) 式と表すことができる。

$$J_\psi \ddot{\psi} = Mgh\psi - \frac{MhV^2(t)}{L}\theta - \frac{MhL_1 V(t)}{L}\dot{\theta} \quad (7)$$

状態変数  $x_p(t)$  を  $x_p(t) = [\theta \ \psi \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$  とし、入力  $u_p(t)$  を  $u_p(t) = v$  とおくと、状態空間表現は式 (8) となる。

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad (8)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{\beta}{J_m + J_f} & 0 \\ -\frac{MhV^2(t)}{LJ_\psi} & \frac{Mgh}{J_\psi} & -\frac{MhL_1 V(t)}{LJ_\psi} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\alpha}{J_m + J_f} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

本研究では出力を目標値に追従させるため、閉ループ内に積分器を 1 つ付加する。文献 [9] より、拡大偏差系の状態方程式は (9) 式となる。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 4 制御系設計

車体速度  $V(t)$  を係数行列に含む (9) 式のシステムを 2 次安定化することを考える。(9) 式の  $A$  行列には  $V(t)$  の 2 次項が存在する。文献 [1] の結果を用いることで (9) 式のシステムを  $V(t)$  に関して 1 次の依存の形へ変換する。車体速度  $V(t)$  を (10) 式とおく。

$$V(t) = V_0 + \delta(t) \quad (10)$$

ここで、 $V_0$  は車体速度のノミナル値、 $\delta(t)$  は変動速度である。2 輪型バイクロボットの車体速度は  $V(t) \in [0.40, 0.60]$  の範囲で変動する。車体速度のノミナル値を  $V_0 = 0.5$  とし、スケジューリングパラメータ  $\delta(t)$  の変動範囲を  $\delta(t) \in [\underline{\delta}, \bar{\delta}] = [-0.1, 0.1]$  とする。

(9) 式に (10) 式を代入し、ディスクリプタ変数として  $\hat{x} := [x \ \delta(t)\theta]^T$  を採用することで (11) 式と置き換えることができる。

$$\hat{E}\dot{\hat{x}} = \hat{A}(\delta)\hat{x} + \hat{B}u \quad (11)$$

$$\hat{E} = \text{diag}[I_{5 \times 5}, 0]$$

$$\hat{A}(\delta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41}(\delta) & a_{42} & a_{43}(\delta) & 0 & 0 & c\delta(t) \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} B_p^T & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$a_{41}(\delta) = -\frac{Mh(V_0^2 + 2V_0\delta(t))}{LJ_\psi}, \quad a_{42} = \frac{Mgh}{J_\psi}$$

$$a_{43}(\delta) = -\frac{MhL_1(V_0 + \delta(t))}{LJ_\psi}, \quad a_{33} = -\frac{\beta}{J_m + J_f}$$

(11) 式は  $\delta(t)$  に関して 1 次の形で表現されている。(11) 式に対する安定判別条件として以下の結果がある。

(11) 式が 2 次安定であるための十分条件は (12) 式を満たす  $X > 0$ ,  $X_{21}$ ,  $X_{22}$  が存在することである [10]。

$$\hat{A}(\delta)\hat{X} + \hat{X}^T\hat{A}^T(\delta) < 0 \quad (12)$$

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} X & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}$$

(12) 式を満たし、かつ評価関数 (13) を最小化するような制御則  $u = K(\delta)x$  を求める。

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (13)$$

(13) 式は (14) 式とおくことで (15) 式と表せる。(15) 式より、評価関数 (13) を最小化することと  $\|z\|_2^2$  を最小化することは等価である。

$$z = Cx + Du \quad (14)$$

$$C = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ R^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt = \|z\|_2^2 \quad (15)$$

(11) 式に外乱入力  $w$  と評価出力  $z$  を加えたシステム (16) について考える。

$$\begin{cases} \hat{E}\dot{\hat{x}} = \hat{A}(\delta)\hat{x} + \hat{B}u + \hat{B}_2w \\ z = \hat{C}\hat{x} + \hat{D}u \end{cases} \quad (16)$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}$$

システム (16) を 2 次安定化し、かつ  $w$  から  $z$  までの  $H_2$  ノルムを最小化する制御則  $u = K(\delta)x$  は (17) 式の LMI を満たす  $X > 0$ ,  $Y(\delta)$  を求めることで得られる [11]。ここで、リアプノフ行列  $X$  をスケジューリングパラメータ  $\delta(t)$  に依存させなかったのは、 $\hat{A}(\delta)$  と  $X(\delta)$  の積が生じるのを防ぐためである。

$$\begin{bmatrix} \hat{A}(\delta)\hat{X} + \hat{X}^T\hat{A}(\delta)^T - \hat{B}\hat{Y}(\delta) - \hat{Y}(\delta)^T\hat{B}^T & \hat{B}_2 \\ \hat{B}_2^T & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} X & (CX - DY(\delta))^T \\ (CX - DY(\delta)) & W \end{bmatrix} > 0 \quad (17)$$

$$\hat{X} = \begin{bmatrix} X & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{Y}(\delta) = \begin{bmatrix} Y(\delta) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\min : \text{trace}(W), \quad K(\delta) = Y(\delta)X^{-1}$$

(18), (19) 式の係数行列を用い、(17) 式の LMI に対してスケジューリングパラメータの上下界の LMI を連立して解くことで、(20), (21) 式を得る。

$$\hat{B}_2 = [ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 ]^T \quad (18)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 25 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$K(\bar{\delta}) = [ -4.69 \ 39.49 \ -0.027 \ 4.27 \ -0.064 ] \quad (20)$$

$$K(\underline{\delta}) = [ -4.14 \ 58.33 \ -0.061 \ 6.74 \ -0.068 ] \quad (21)$$

状態フィードバックゲイン  $K(\delta)$  はスケジューリングパラメータ  $\delta(t)$  に対して線形な関数で表現できる。 $K(\delta)$  は  $K(\bar{\delta})$ ,  $K(\underline{\delta})$ ,  $\bar{\delta}$ ,  $\underline{\delta}$  より式 (22) となる。

$$K(\delta) = a\delta(t) + b \quad (22)$$

$$a = [ -2.750 \ -94.20 \ 0.1700 \ -12.35 \ 0.020 ]$$

$$b = [ -4.415 \ 48.91 \ -0.044 \ 5.505 \ -0.066 ]$$

## 5 シミュレーションと実験

(20), (21) 式のコントローラを用いてシミュレーションを行う。シミュレーションは非線形項を線形化する前の非線形システムに対して行った。シミュレーションでは車体傾斜の初期角度を 5 [deg], 目標角度を 0 [deg] とした。図 4, 図 5 は (20), (21) 式を用いた車体傾斜角応答とハンドル操舵角応答のシミュレーションである。車体速度が速い  $K(\bar{\delta})$  の方がハンドルの操作量が少ないことが分かる。

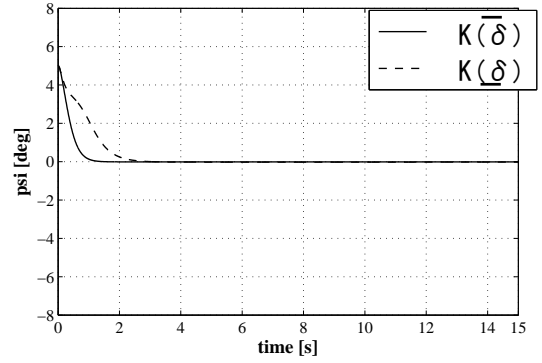


図 4  $K(\bar{\delta})$ ,  $K(\underline{\delta})$  のシミュレーション (車体傾斜角応答)

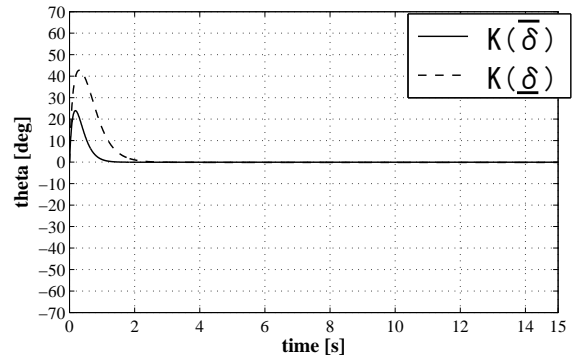


図 5  $K(\bar{\delta})$ ,  $K(\underline{\delta})$  のシミュレーション (操舵角応答)

図 6 は (20), (21) 式を用いたときの入力電圧である。LEGO Mindstorms を用いた実験機の最大入力電圧は 8 [V] である。図 6 より、最大入力電圧が 8 [V] 以下のため、実験可能である。

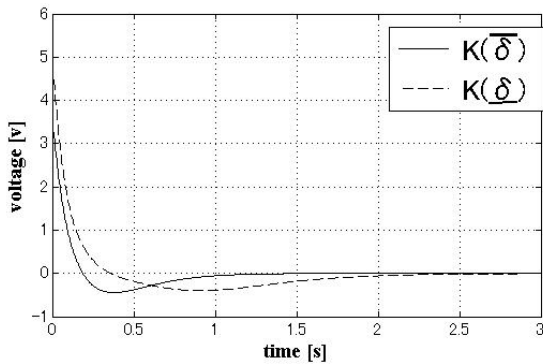


図 6  $K(\bar{\delta})$ ,  $K(\delta)$  のシミュレーション (入力電圧)

図 7, 図 8 は (20), (21) 式のコントローラを用いて実験を行ったときのハンドル操舵角と車体傾斜角の応答である。実験では車体速度を任意で操ることができる操作機を用いて、車体速度を変化させた。図 7 より, 5 ~ 8 [s] と 11 ~ 15 [s] の間で, ハンドル操作量が少なくなっており, この 2 区間でコントローラが変化したことが分かる。図 8 より, 車体傾斜角度は 0 [deg] 付近を保ちつつ倒れることなく走行していることが分かる。

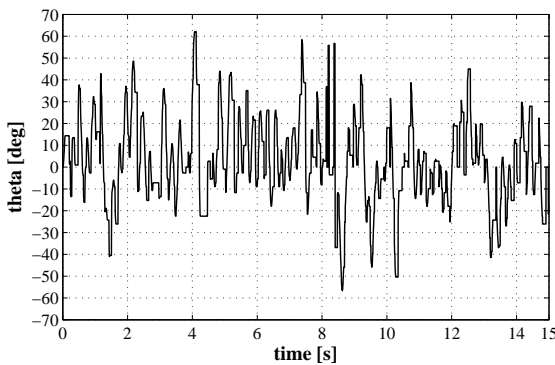


図 7  $K(\delta)$  を用いた実験 (操舵角応答)

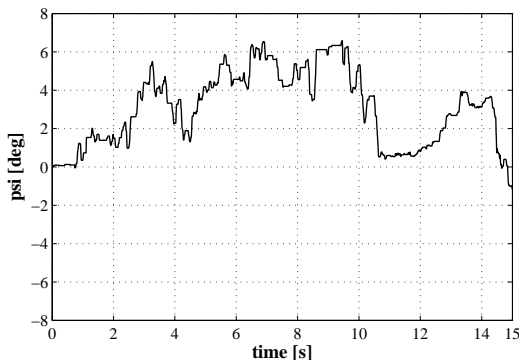


図 8  $K(\delta)$  を用いた実験 (車体傾斜角応答)

## 6 おわりに

本研究では不安定な系である制御対象の運動を簡易な線形モデルで表現した。ゲインスケジューリング制御を用いて、マイクロボットの速度が変動した場合においても理論的に安定性を補償し、マイクロボットの安定走行を実現した。シミュレーションと実験により、マイクロロボットにおけるゲインスケジューリング制御の有用性を示した。また、スケジューリングパラメータ  $\delta(t)$  に依存してコントローラを変化させることにより、LEGO Mindstorms を用いて変更曲線型のゲインスケジューリング制御を実装することができた。

## 参考文献

- [1] 増淵, 示村: ゲインスケジューリング系の設計におけるディスクリプタ形式の利用について; システム制御情報学会論文誌, Vol. 12, No. 7, pp. 390-394, 1999.
- [2] I. Masubuchi, T. Akiyama and M. Saeki: *Synthesis of Output Feedback Gain-Scheduling Controllers Based on Descriptor LPV System Representation*; 42nd IEEE Conference on Decision and Control, pp. 6115-6120, December 2003.
- [3] R.S.Sharp: The Stability and Control of Motorcycles, *J.Mechanical Engineering Science*, 13, 5, (1971)316.
- [4] 横森, 樋口, 大矢: 低速走行時のオートバイのライダーによる操作特性日本機械学会論文集 (C 編), 57 巻 540 号, (1991-8)
- [5] 出口, 渡辺: 慣性ロータとステアリング操作によるバイク型二輪車の走行制御, 日本機械学会東海支部 60 期総会講演会議論文集, ('12. 3. 15-16), No 123-1
- [6] 佐藤, 滑川: 速度変動と質量に対する自立走行二輪車のロバスト走行安定化, 日本機械学会 [No07-13] 第 10 回運動と振動の制御シンポジウム講演論文集, 2007.8.9, 東京
- [7] 仁木, 村上: ハンドル制御による電動自転車の走行安定化に関する一考察. 電学論 D, 125 巻 8 号, 2005
- [8] NXTway-GS のモデルベース開発 ~LEGO Mindstorms NXT を用いた二輪型倒立振り子ロボットの制御, The Math Works, Inc(2009)
- [9] 竹森, 岩田, 奥山: 複数仕様を満たす制御系設計とその不安定な車輪型サーボ系への適用, 日本ロボット学会誌, vol.7, pp1031-1036(1999)
- [10] 陳, 柴田: ディスクリプタ表現の冗長性を利用したシステム解析; システム制御情報学会論文誌, Vol. 47, No. 5, pp. 211-216, 2003.
- [11] A. Bouali, M. Yagoubi and P. Chevrel: *H<sub>2</sub> gain scheduling control for rational LPV systems using the descriptor framework*; 47th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 3878-3883, 2008.