

外乱オブザーバと H_∞ フィルタを用いた位置決め制御系設計手法

M2011MM068 鈴木博文

指導教員：高見勲

1 はじめに

工作機械に代表される各種メカトロニクス機器では、製品の品質及び生産効率向上を目的とした、高速かつ高精度な位置決め制御が要求されている。位置決め制御の駆動系に関しては、モータとボールねじを組み合わせたボールスクリュウがローコストで他の駆動系と比較して摩擦の影響を受けにくい位置決めシステムとして広く用いられている。しかしながら、駆動系で生じる非線形摩擦は始動時や移動方向反転時に追従誤差を引き起こし、位置決めに障害を与え、高速・精密の位置決めを困難にしている。摩擦が影響する位置決め制御に関する研究は、外乱オブザーバ (DOB) [1] を用いた摩擦補償が考えられている。

そこで本研究では、ボールスクリュウシステムにおける位置決め制御系設計手法を提案する。摩擦補償を周波数の観点から見ると、静止摩擦が働いている状態は周波数 0 付近の低周波帯域の現象であり、スリップ現象は高速な動作で高周波帯域の現象である。このように摩擦の影響を動作速度すなわち周波数で見ると、広い領域にまたがっている。そこで、本研究では、ボールスクリュウシステムに発生する摩擦の影響を周波数領域に着目して DOB とメインコントローラの 2 つの補償器を用いて抑制する。具体的には、制御系を DOB によるマイナーループの補償器と状態フィードバックから成るメインコントローラの 2 つの補償器を設ける。そして、DOB でスリップ現象に伴う高周波領域の影響を補償し、メインコントローラで低周波領域の補償を行う。DOB の設計の際、LMI を用いて H_∞ 制御理論を用いてフィルタを設計し非線形摩擦を補償する。DOB を付加することで制御対象は線形とみなし、これに対し閉ループ系が安定となるようなメインコントローラを設計する。メインコントローラの設計は、プラントに DOB を加えた拡大系とし、全体のシステムの安定化を図り、 H_∞ コントローラを導出する。

2 制御対象のモデル化と特性

2.1 ボールスクリュウシステム

本研究では、現在工作機械で多く採用されている位置決め制御系のボールスクリュウシステムを制御対象とする。このシステムはモータとカップリングで繋がれたスクリュウが回転をすることでナット部分にあるボールが転がり、回転運動を直動運動に変換し、テーブルの位置を動かすものである。

モータ角は $\theta(t)$ [rad]、テーブルの変位を $y(t)$ [m] とし、電流指令値を $i(t)$ [A] とすると、モータに関する運動方程式は (1) 式、テーブルに関する運動方程式は (2) 式となり、 $i(t)$ から $y(t)$ までの伝達関数は (3) 式で与えられる。

$$J\ddot{\theta}(t) = K_t i(t) - RK(R\theta(t) - y(t)) \quad (1)$$

$$M\ddot{y}(t) = K(R\theta(t) - y(t)) - F \quad (2)$$

$$P(s) = \frac{KRK_t}{JM_s^4 + JF_v s^3 + (JK + R^2KM)s^2 + R^2KF_v s} \quad (3)$$

ここで、 K_t をモータのトルク定数 [Nm/A]、 i は電流 [A]、 J は回転系全慣性モーメント [Nms²]、 K は直線ばね定数 [N/m]、 M はテーブルの質量 [kg]、 R はボールねじ定数 [m/rad]、 F は摩擦による外乱 [N]、 F_v は粘性摩擦係数 [Ns/m] とする。(3) 式では、摩擦 F の線形成分である粘性摩擦をモデルに加える。

また、本論文では計測できる状態を用いて状態フィードバックを実現するためにプラントの低次元化を行う。テーブルの運動に比べ、モータの運動が速いことからモータの回転運動の遅れを無視することで、低次元化したモデルを (4) 式に表すことができる。

$$P_2(s) = \frac{K_t}{RM_s^2 + RF_v s} \quad (4)$$

本研究では、低次元化したモデルを用いて制御系設計を行い、より厳密なモデル (3) 式を用いてシミュレーションを行う。

2.2 非線形摩擦のモデル化

2.1 節の制御対象のモデル化の際には摩擦を表現するために粘性要素を用いた。粘性摩擦要素を用いると、システムを線形で扱えるので便利であるが、摩擦に起因する運動を解析するため、ストライベック効果を組み込んだ非線形摩擦モデルを用いる。提案されているストライベック効果を含んだ摩擦モデルの中から今回は Tustin モデルを用いる [2]。このモデルは静止状態から始動して加速する際に、最大静止摩擦力から指数関数的な過渡状態であるストライベック効果を経て、クーロン摩擦と粘性摩擦が支配的な動摩擦領域へ移行する非線形摩擦モデルである。Tustin モデルを用いた非線形摩擦を (5) 式、図 1 に示す。

$$F = (F_c + (F_s - F_c)e^{-|\omega|/\omega_s}) \times \text{sgn}(\omega) + F_v \omega \quad (5)$$

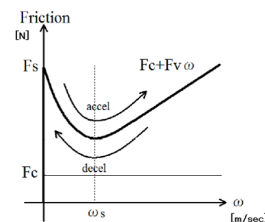


図 1 Tustin friction model

ここで、 ω はテーブルの速度、 ω_s はストライベック速度、 F_s は最大静止摩擦力、 F_c はクーロン摩擦力、 F_v は粘性摩擦係数、 $\text{sgn}(\cdot)$ は符号関数である。本研究では摩擦の同定を行い、 $F_s=180$ 、 $F_c=60$ 、 $F_v=5000$ 、 $\omega_s=0.0001$ を得た。

本研究では、図 1 の摩擦モデルを用いて、非線形シミュレーションを行う。

2.3 非線形摩擦の周波数特性

摩擦の影響による位置決め性能の劣化が問題となるため、ボールスクリーンシステムで発生する摩擦の解析を行う。0.4[A]の電流を開ループで入力した場合のテーブルの変位をフーリエ変換した場合のスペクトルを図2示す。図2より、主成分周波数は10[rad/sec]付近に存在することを確認できた。この周波数領域の摩擦の影響を外乱オブザーバにより補償し、位置決め精度向上を図る。

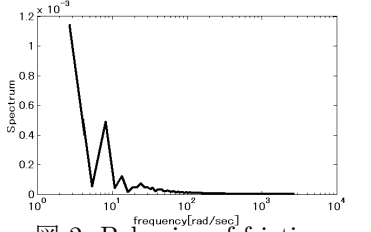


図2 Behavior of friction

3 制御系設計

3.1 制御系の構成

本研究では、目標値追従特性と外乱抑制を2つの補償器を用いて設計する。外乱オブザーバを併用したフィードバックによって外乱抑制の向上を実現し、 H_∞ 制御を用いてメインコントローラを設計することで、目標値追従特性の向上を実現する。システム全体のブロック線図を図3に示す。

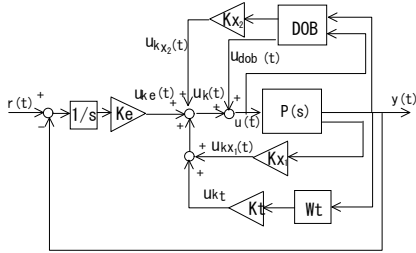


図3 Block diagram of control system

システム全体の入力関係は次のように定義される。制御対象への入力 $u(t)$ は、コントローラからの入力 $u_k(t)$ と DOB からの入力 $u_{dob}(t)$ からなる。

$$u(t) = u_k(t) + u_{dob}(t) \quad (6)$$

3.2 外乱オブザーバの構成

本研究では外乱オブザーバは従来の方法 [3] を用いる。そこでは、外乱によって損失されたトルクを推定し、電流に変換する方法を採用している。本研究では、非線形摩擦を外乱とみなし、外乱オブザーバにより外乱を推定しフィードバックすることで摩擦の補償を行う。その際必要となる一般化制御対象を図4に示す。ここで $P(s)$ は駆動部分のプラント、 $P_d(s)$ は擬似微分によって求めた $P_2(s)$ の逆プラントである。従来の方法では摩擦を推定する場合に微分要素が必要となるため実現は難しい。そこで、擬似微分 $\frac{s}{Ts+1}$ を利用し、次のような逆プラント $P_d(s)$ を得る。そして、 $P(s)$ と $P_d(s)$ は(4)式、(7)式で表せる。

$$P_d(s) = \frac{(MR + F_v RT)s^2 + F_v R s}{K_t T^2 s^2 + 2K_t T s + K_t} \quad (7)$$

このとき、 T を小さくすることで遅れの少ない推定値を得る。今回は $T=0.016$ とする。また、図4の $W_1, W_2(s)$ は重み関数、 z_1, z_2 は評価出力、 $G_{zw}(s)$ は、 w から z_1, z_2 までの伝達関数行列を示しており、 $Q(s)$ は非線形摩擦の影響が大きい周波数領域を補償するフィルタである。

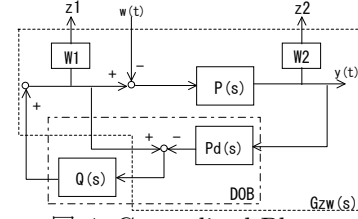


図4 Generalized Plant

非線形摩擦の影響が大きい周波数領域を補償するフィルタ $Q(s)$ を H_∞ 制御理論によって求める。

3.3 H_∞ 制御理論によるフィルタの設計

本研究では周波数特性に着目し、非線形摩擦の影響が大きい周波数領域を補償するフィルタ $Q(s)$ を H_∞ 制御理論によって求める。図4における、一般化制御対象 $G_{zw}(s)$ を(8)式に示す。

$$G_{zw}(s) = \begin{bmatrix} A_p & 0 & 0 & -B_p & B_p \\ B_d C_p & A_d & 0 & 0 & 0 \\ B_{w2} C_p & 0 & A_{w2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W1 \\ D_{w2} C_p & 0 & C_{w2} & 0 & 0 \\ -D_d C_p & -C_d & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$= \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$

$$P(s) = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & D_p \end{bmatrix}, P_d(s) = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$W_1(s) = W_1, W_2(s) = \begin{bmatrix} A_{w2} & B_{w2} \\ C_{w2} & D_{w2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

(9)式~(10)式の $P(s)$ はプラント、 $P_d(s)$ は逆プラント、 W_1 は無限大の入力を加えず H_∞ 制御の可解条件を満たすために付け加えている重み、 W_2 は摩擦の影響が大きい周波数領域を補償するように設定する重みである。以上を踏まえ、 H_∞ 制御仕様を満たすための(11)式~(12)式の LMI を解く。ただし、記号 $\text{He}[L]$ は $L + L^T$ を表し、 M, N は $MN^T = I - XY$ を満たす任意の正則行列である。

minimize : γ

subject to :

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} > 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}[AX + B_2 \hat{C}_k] & A + \hat{A}_k^T \\ A^T + \hat{A}_k & \text{He}[YA + \hat{B}_k C_2] \\ B_1^T & B_1^T Y + D_{21}^T \hat{B}_k^T \\ C_1 X + D_{12} \hat{C}_k & C_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} B_1 & (C_1 X + D_{12} \hat{C}_k)^T \\ (B_1^T Y + D_{21}^T \hat{B}_k^T)^T & C_1^T \\ -\gamma^2 I_{n_w} & D_{11}^T \\ D_{11} & -I_{n_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

これより出力フィードバックコントローラの状態空間表現式の各行列は次式のように導出できる。

$$A_k = N^{-1}(\hat{A}_k - Y A X - N B_k C_2 X - Y B_2 C_k M^T - N B_k D_{22} C_k M^T) M^{-T} \quad (13)$$

$$B_k = N \hat{B}_k \quad (14)$$

$$C_k = \hat{C}_k M^T \quad (15)$$

求めた出力フィードバックコントローラより、フィルタ $Q(s)$ が次のように表せる。

$$Q(s) = \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ C_k & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

このフィルタを用いて摩擦の高周波領域の影響を補償する。

3.4 周波数成形による制御系設計

H_∞ 制御を用いてメインコントローラを設計する。その際に、外乱オブザーバでは補償していない低周波領域の摩擦を補償する。また、メインコントローラの導出の際、フィルタを含めた DOB の状態を加えた拡大系を一般化制御対象として設計を行い、システムを安定にする。DOB を付加した拡大系のプラント $P_b(s)$ を図 5 に示す。

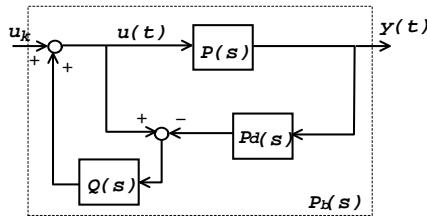


図 5 Block of $P_b(s)$

図 5 のプラントを用いて図 6 の一般化制御対象 $G(s)$ を (17) 式に示す。

$$G(s) = \begin{bmatrix} A_b & 0 & 0 & 0 & B_b \\ B_t C_b & A_t & 0 & 0 & B_t D_b \\ -B_e C_b & 0 & A_e & B_e & -B_e D_b \\ \hline D_t C_b & C_t & 0 & 0 & D_t D_b \\ -D_e C_b & 0 & C_e & D_e & -D_e D_b \\ W_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_u \\ \hline C_b & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_{21} & \hat{D}_{22} \end{bmatrix}$$

$$P_b(s) = \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix}, W_e(s) = \begin{bmatrix} A_e & B_e \\ C_e & D_e \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$W_t(s) = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix}, W_x(s) = \begin{bmatrix} W_x & 0 \\ 0 & W_x \end{bmatrix}, W_u(s) = W_u \quad (19)$$

(18) 式～(19) 式の W_e は偏差の積分に対する重み, W_t は低周波領域を補償するような重み, W_x は状態に対する重み,

W_u は入力に対する重みとする。評価出力は $z(t) = [z_t(t) z_e(t) z_u(t) z_x(t)]^T$ であり、各要素はそれぞれ、 W_t の状態変数, 目標値追従, 入力, プラントの状態変数を評価するものである。また、 $r(t)$ は目標値, $K_f = [K_x \ K_t \ K_e]$ は状態フィードバックコントローラである。

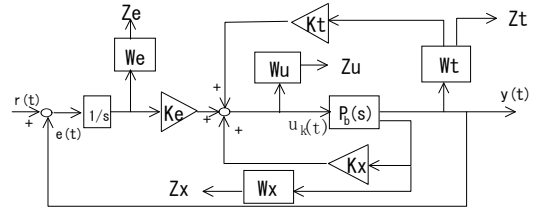


図 6 Block of generalized Plant

以上を踏まえ、 H_∞ 制御仕様を満たすため (20) 式～(21) の LMI を解く。

minimize : γ

subject to :

$$X > 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}[\hat{A}X + \hat{B}_2 Y] & \hat{B}_1 & (\hat{C}_1 X + \hat{D}_{12} Y)^T \\ \hat{B}_1^T & -\gamma I_{m_w} & \hat{D}_{11}^T \\ \hat{C}_1 X + \hat{D}_{12} Y & \hat{D}_{11} & -\gamma I_{m_z} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

以上の各 LMI の解 X と Y から状態フィードバックコントローラが (22) 式で与えられる。

$$K = Y X^{-1} \quad (22)$$

4 非線形シミュレーション・実験

4.1 H_∞ フィルタの設計

2.3 節より、高周波領域に対して摩擦の影響が大きいことが確認できた。よって本研究では、摩擦の影響が大きな周波数領域を補償するように H_∞ フィルタを設計し、スティックスリップ現象の発生を防ぐ。今回は重みをそれぞれ

$$W_1 = 1.8, W_2(s) = \frac{100s + 2}{10s + 1000} \quad (23)$$

とした。 $W_2(s)$ は 10[rad/sec] 付近の領域でゲインを高く取り、その結果閉ループ系が 10[rad/sec] 付近のゲインを低下させるように選択する。本来的には z_1 は不要であるが、無限大の入力を容せず H_∞ 制御の可解条件を満足するために付け加えている。

(23) 式により指定した重み関数より H_∞ フィルタを導出する。そして、 $Q(s)$ の伝達関数は次式になる。

$$Q(s) = \frac{22.74s^4 + 2.336 \times 10^5 s^3 + 1.675 \times 10^7 s^2 + 1.441 \times 10^8 s + 91.99}{s^4 + 1.013 \times 10^4 s^3 + 1.28 \times 10^6 s^2 + 3.99 \times 10^7 s + 7.976 \times 10^5} \quad (24)$$

$Q(s)$ は高周波帯域で高いゲインとなっており、結局 DOB で着目する周波数 10[rad/s] の周りでピークをもったフィルタとなっている。以上より本研究ではフィルタ $Q(s)$ を H_∞ 制御理論による周波数成形により設計することができた。

しかし、求めたフィルタの伝達関数である (24) 式は、複雑なシステムを用いて設計したフィルタであるため、高次元なため、平衡化打ち切り法を用いてフィルタの低次元化を行った。2 次の低次元化モデルの構成をした結果、(25) 式が得られた。

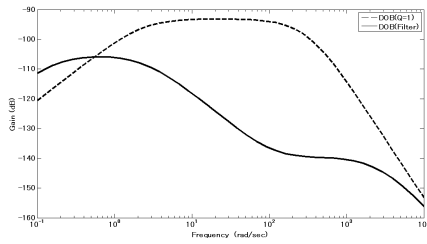


図 7 Bode diagram of closed-loop transfer function from w to y

$$Q_2(s) = \frac{22.74s^2 + 228.4s + 0.01363}{s^2 + 63.04s + 1.275} \quad (25)$$

今後 $Q_2(s)$ を適用する. 以上より本研究ではフィルタ $Q(s)$ を H_∞ 制御理論による周波数成形により設計することができた.

4.2 メインコントローラ的设计

外乱オブザーバでは補償していない低周波領域の摩擦を補償するようにメインコントローラを設計する. フィルタ $Q(s)$ は $10[\text{rad/sec}]$ の高周波領域を補償するように設計したので, メインコントローラは $10[\text{rad/sec}]$ 以下の低周波領域を補償するように重み W_t を (26) 式に設定した.

$$W_t(s) = \frac{0.01s + 1}{10s + 1} \quad (26)$$

とした. また, 偏差の積分に対する重み $W_e=1$, 入力に対する重み $W_u=0.03$, 状態重み $W_x=3.5$, $W_{\dot{x}}=1$ を用いて, 導出した状態フィードバックゲイン K_f は (27) 式となる.

$$K_f = \begin{bmatrix} -1.13 \times 10^4 & 1.70 \times 10^1 & -1.60 \times 10^1 & -1.84 \times 10^1 \\ -2.11 \times 10^1 & -1.35 & 3.46 \times 10^3 & 2.80 \times 10^4 \end{bmatrix} \quad (27)$$

メインコントローラの効果を確認するために, 摩擦によって損失したトルク相当の電流 w から変位 y までの閉ループ伝達関数を比したゲイン線図を図 8 に示す. メインコントローラを付加した場合は DOB では補償できていない低周波領域のゲインを下げていることが確認できる. また, メインコントローラと DOB を付加したシステムの閉ループ系の極はすべて負となっているため, このシステムは安定である.

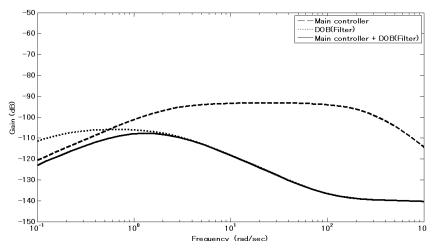


図 8 Bode diagram of Main controller+DOB and Main controller

非線形シミュレーション, 実験は 2.3 節で発生した摩擦の特性が表れるように行う. これより, 実験を以下の条件で行う.

- Case 1 : H_∞ コントローラのみ

- Case 2 : H_∞ コントローラと DOB(Filter) の組み合わせ

目標値 $1.0 \times 10^{-3}[\text{m}]$, 勾配 $1.0 \times 10^{-4}[\text{m/s}]$ のランプ入力を 1.0 秒後に加えた場合の負荷の変位を以下に示す.

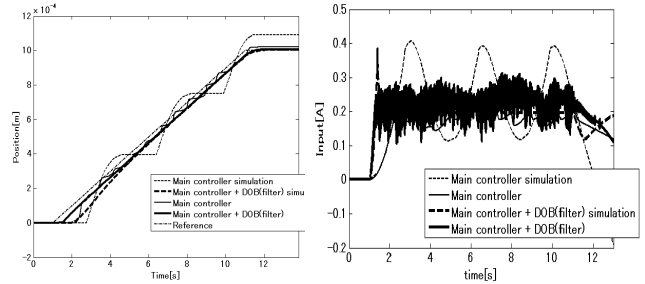


図 9 Experiment of step response

図 10 Input to plant

図 9 は負荷の変位 $[\text{m}]$, 図 10 は制御入力 $[\text{A}]$ を示す. また, シミュレーションは点線で, 実験は実線で表している.

図 9 を見ると, Case 1 ではシミュレーション, 実験共にスティックスリップ現象が発生している. Case 1 の実験のテーブルの変位をフーリエ変換したところ, ステックスリップ現象の主成分周波数は $10[\text{rad/sec}]$ 付近に存在することを確認できた. Case 2 では高周波帯域の摩擦の影響を補償しており, スティックスリップ現象が起きていないことがわかる. 図 10 の Case 2 の場合を見ると, 先ほどの実験と同様にフィルタが期待通りの動きをしていることが分かる. Case 2 の場合では, 高周波の振動が表れているが, 外乱オブザーバが高周波領域の摩擦を早い速度で対応しているということになる.

5 おわりに

本研究では, ボールスクリーシステムを制御対象として, 摩擦補償による高速, 高精度の位置決め制御系の設計を行った. 摩擦補償は外乱オブザーバと H_∞ フィルタを用いて行った. ボールスクリーシステムの周波数特性に着目し, 非線形摩擦の影響の大きい周波数領域を求め制御系設計を行い, 非線形摩擦を含むシステムに外乱オブザーバと H_∞ フィルタを適用することによって非線形摩擦を解消し, メインコントローラでは DOB を含めた拡大系の安定性を補償する方法を提案した. また, シミュレーションおよび実験により提案法の有効性を確認した.

参考文献

- [1] 大西公平, “外乱オブザーバによるロバスト・モーションコントロール”, 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.4(1993), pp.486-493.
- [2] Lorinc Marton and Bela Lantos, “Modeling, Identification, and Compensation of Stick-Slip Friction”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.54, No.1(2007), pp.511-521.
- [3] 岩崎誠, 前田佳弘, 川福基裕, 平井洋武, “非線形摩擦のモデル化と摩擦補償による位置決め制御系の高精度化”, 電気学会誌 D, Vol.12, No.6(2006), pp.732-739.