磁気浮上に対する3つの変動パラメータを考慮したH∞制御

M2012MM024 内藤和貴

指導教員：高見勲

1　はじめに

磁気浮上システムは磁気軸受けや, リニアモーターカーなどに用いられている. 磁気浮上システムのメリットは, 物体を非接触で浮上させることが可能なことである. 非接触にすることにより摩擦による劣化や騒音などの問題を解消することができる. しかし, 不安定系であるため, 安定化が困難であるという問題も存在する. よって, 磁気浮上システムを取り扱う上で, 制御による安定化は重要な課題の一つである. 磁気浮上システムは非線形システムであるため線形化を行う. その際, 非構造的不確かさが生じるためスモールゲイン定理を用いたH∞ 制御を取り扱う. 実際に磁気浮上系にて H_∞ 制御を用いた研究は存在し [1][2], 磁気浮上系にH∞ 制御を用いるのは妥当であると考えられる [3]. しかし, 現実では不確かな物理パラメータは1つであるとは限らない. そして, そのパラメータが構造的な不確かさでなかった場合には, 保守性の高い設計となってしまう. 本研究では, 多数の物理パラメータの変動が同時に存在する場合に, 別々の制御手法を組み合わせて, 安定性を確保する方法を提案する. その変動物理パラメータとして, 平衡点と電磁力定数と鋼球質量の3つを考慮する. そして, それらのパラメータに対して, 不確かなパラメータとして考案されている H_∞ 制御, ゲインスケジューリング制御 [4][5], LMIによるポリトープ表現を適用する. 最後に, シミュレーションと実験にて提案法の有用性を確認する.

2　制御対象とモデリング

本研究で用いる磁気浮上装置の写真を図1に示す. 図1

図1　磁気浮上装置

の実験装置は, コイルに電流を流すと, 磁界が発生し, コイルの下方には電磁力による吸引力が発生する. この吸引力によって, コイルの下方にある鋼球を, 空中に浮上させることができる. コイルに流れる電流を大きくすると, その吸引力が増大し鋼球はコイルに近づく. 電流を小さくすると, 吸引力が減少し, 鋼球は重力に従って, コイルから遠ざかる. この吸引力によって, コイルの下方にある鋼球を空中に浮上させることができる. また, 鋼球の位置は, ボールの台座に埋め込まれている感光性センサーによって検出される.

本研究で用いる磁気浮上系の構成図を図2に示す. 図

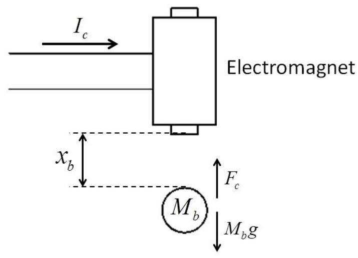

図2　磁気浮上系の構成図

2における変数は, I_c[A]: コイル電流, x_b[m] 鋼球位置, M_b[kg]: 鋼球質量, g[m/s^2]: 重力加速度 F_c[N]: 電磁力, V_c[V]: コイルの電圧, R_s[Ω]: コイルの抵抗, L_c[H]: コイルのインダクタンスとする.

2.1　電気システムのモデリング

キルヒホッフの電圧の法則より, 回路方程式は次式のようになる.

$$V_c(t) = R_c Ic(t) + L_c \frac{d}{dt} I_c(t) + R_s I_c(t) \tag{1}$$

式 (1) の両辺をラプラス変換し整理すると, 閉ループコイル電流伝達関数 G_c は

$$G_c(s) = \frac{I_c(s)}{V_c(s)} = \frac{1}{L_c s + (R_s + R_c)} \tag{2}$$

となり, L_c、R_s、R_c の値を代入すると,

$$G_c(s) = \frac{1}{0.38s + 11} \tag{3}$$

となる. ここで, 電流制御のため, PI制御を行う. そのときの閉ループ伝達関数 T_c は

$$T_c(s) = \frac{K_{pc}s + K_{ic}}{0.38s^2 + (11 + K_{pc})s + K_{ic}} \tag{4}$$

となる. 式 (4) の特性方程式より, 閉ループ極 $p1$, $p2$ と K_{pc}, K_{ic} の関係式は

$$K_{pc} = 0.38 \times p1p2 \tag{5}$$

$$K_{ic} = -(p1 + p2) \times 0.38 - 11 \tag{6}$$

となる. 定常偏差を持たず, 素早く目標値に追従することを満たすように, 極を次のように指定した

$$p1 = -10 \tag{7}$$

$$p2 = -300 \tag{8}$$

このとき, 式 (Kpc), 式 (Kic) より, 比例ゲイン K_{pc} と積分ゲイン K_{ic} は次のようになる.

$$K_{pc} = -106.8 \tag{9}$$

$$K_{ic} = -1140 \tag{10}$$

2.2 電気-機械システムのモデリング

図 2 より, 磁気浮上系の運動方程式は次式のように表すことができる.

$$M_b \frac{d^2}{dt^2} x_b = M_b g - F_c \tag{11}$$

また, 電磁力は電流の 2 乗に比例し, 距離の 2 乗に反比例するので電磁力定数 K_m を用いて次式のように表す.

$$F_c = K_m \frac{I_c^2}{2x_b^2} \tag{12}$$

式 (12) より次式を導出できる.

$$\frac{d^2}{dt^2} x_b = g - \frac{K_m I_c^2}{2M_b x_b^2} \tag{13}$$

式 (13) は非線形運動方程式であるので, 平衡点 x_{b0}[m], I_{c0}[A] の周りで線形化を行う. ここで x_{b1}[m] を鋼球位置の微小変位, I_{c1}[A] を電流の微小変位とすると以下の式のように表すことができる.

$$x_b = x_{b0} + x_{b1} \tag{14}$$

$$I_b = I_{b0} + I_{b1} \tag{15}$$

式 (14), 式 (15) を式 (13) に代入し, テーラー展開することにより, 以下の式 (16) のように導出できる.

$$\frac{d^2}{dt^2} x_b = \frac{2g x_{b_1}}{x_{b_0}} - \frac{2g I_{c_1}}{I_{c_0}} \tag{16}$$

式 (16) をラプラス変換すると

$$s^2 x_b = \frac{2g x_{b_1}(s)}{x_{b_0}} - \frac{2g I_{c_1}(s)}{I_{c_0}} \tag{17}$$

式 (16) より, 制御対象の伝達関数 G_{b1}(s) は以下の式 (18) のように示される.

$$G_{b1}(s) = \frac{x_{b1}(s)}{I_{c1}(s)} = \frac{-W_b^2 K_{bc}}{s^2 - W_b^2} \tag{18}$$

式 (18) において K_{bc}, w_b, I_{c0} はそれぞれ以下の式 (19), 式 (20), 式 (21) ように示される.

$$K_{bc} = \frac{x_{b0}}{I_{c0}} \tag{19}$$

$$w_b = \sqrt{\frac{2g}{x_{b0}}} \tag{20}$$

$$I_{c0} = x_{b0} \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}} \tag{21}$$

式 (2.18) より, 制御対象の状態空間表現は以下のように示すことができる.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{22}$$

ここで,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ w_b^2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -K_{bc} w_b^2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$x = \begin{bmatrix} x_{b1} & \dot{x_{b1}} \end{bmatrix}, u = I_{c1} \text{とする.}$$

3 制御手法

不確かさを考慮した制御手法は様々なものが存在するが, 本研究では不確かさに応じた制御手法を用いることで, 制御性能の向上を図る. 本研究では, ゲインスケジューリング制御, H_∞ 制御, LMI によるポリトープ表現の 3 つの手法を用いて, 設計を行う.

3.1 H_∞ 制御

H_∞ 制御における制御目的は外部入力 w に対して制御量 z_∞ をなるべく小さく抑えることである. 伝達関数 $G_{z_\infty w}$ の大きさを何らかの意味で小さくする制御器 C を設計すればよいことになる. この $G_{z_\infty w}$ の大きさの尺度として H_∞ ノルムというものを用いたのが H_∞ 制御である. H_∞ ノルムの定義を式 (23) とする.

$$||G_{z_\infty w}||_\infty = \sup_{w \in L_2} \frac{||z||_2}{||w||_2} \tag{23}$$

H_∞ ノルムは周波数応答上の最大値を意味するものである. H_∞ 制御の一般化制御対象を図 3 に示す. ただし図 3 における変数はそれぞれ, w は外部入力, u は制御入力, y は制御出力, C をコントローラ, z_∞ は H_∞ ノルムを指標とした評価出力とする.

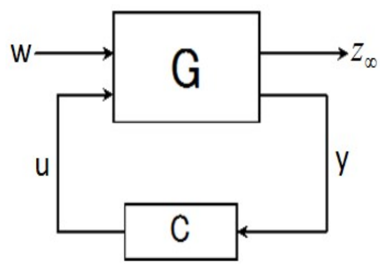

図 3 一般化制御対象:H_∞ 制御

3.2 LMI によるポリトープ表現

ポリトープ表現を用いたロバスト制御系設計法に関しては多くの文献が存在する. ポリトープ表現は構造的不確かさの表現に比べて, 現実のシステムにおける構造的変動を, より直接的に表現することができるというメリットがある. ポリトープ表現は不確かさの端点を補償することにより, 対処するというものである.

3.3 ゲインスケジューリング制御

ゲインスケジュール制御とは, 制御対象のパラメータを状態の変化と共に変えることにより, 常に最善の制御性能を実現する手法である.

$$\dot{x} = A(\delta)x + B(\delta)u \tag{24}$$

に対して, 固定ゲインのコントローラで制御する場合, 性能があまりよくない. そこで, δ がオンラインで計測されることに着目し, コントローラのゲインを δ の値に応じて変え, 制御性能の向上を図るというものである.

4 制御計設計

まず, 平衡点は磁気浮上システムのモデルを線形として取り扱う際, ある平衡状態を設定するものである. しかし, 平衡点を一箇所に定めたのでは, その箇所のみで安定となってしまうのでこれを変動パラメータとして考えることにより幅広い領域での安定化を図る. 次に電磁力定数に関しては, コイルからの距離によって磁力の強さが変動するので, 磁力の変動に対してロバストな制御系を設計する. 最後に質量が変動した場合において, 安定した制御が可能であることを確認する.

鋼球の位置は常に変動するため, その度にコントローラをスケジューリング必要があるので平衡点 x_{b0} に関してゲインスケジューリング制御を行う. 電磁力定数 K_m は計測しづらい不確定要素を扱うため H∞ 制御を行う. 鋼球質量 M_b に対しては, ポリトープ表現を用いる.

5 パラメータ変動

本研究において, 平衡点 x_{b0} と電磁力定数 K_m と鋼球質量 M_b の変動を考慮する. 変動範囲は以下のように決定した.

$$\begin{aligned} x_{b0}[\mathrm{m}] &: 4.0 \times 10^{-3} \sim 10 \times 10^{-2} \\ K_m[\mathrm{N \cdot m^2/A^2}] &: 6.82 \times 10^{-5} \sim 8.86 \times 10^{-5} \\ M_b[\mathrm{kg}] &: 4.5 \times 10^{-2} \sim 6.6 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

5.1 重みの決定

ここで, 電磁力定数 $K_m[\mathrm{N \cdot m^2/A^2}]$ の変動範囲において最小から最大までを補償できるように, 相補感度関数の重み W_t を決定する. 乗法的不確かさを以下に示す.

$$\Delta_m = (\tilde{P}(s) - P(s))P^{-1}(s) \tag{25}$$

乗法的不確かさにおける Δ_m を覆うように重み W_t を決める. その結果 $W_t = \frac{1.275s+1.7}{s+10}$ とした. Δ_m と W_t の特異値を以下の図に表す.

W_r, W_u は, それぞれ式 (27), 式 (27) のようにした.

$$W_r = \frac{1}{s+0.05} \tag{26}$$

$$W_u = 1 \tag{27}$$

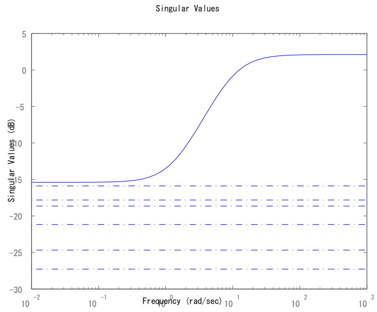

図 4 乗法的不確かさ Δ_m とその特異値

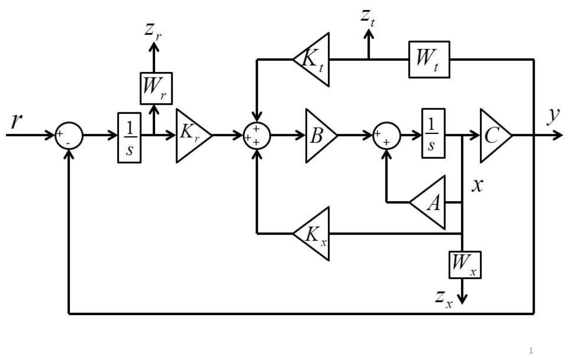

図 5 一般化プラント

6 一般化制御対象

本研究で使用する一般化制御対象を以下に示す. 図 5 において, 目標値を r, 偏差積分に対する重みを $W_r = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D_r \end{bmatrix}$, 相補感度関数に対する重みを $W_t = \begin{bmatrix} A_t & B_t \\ C_t & D_t \end{bmatrix}$, 状態に対する重みを W_x, 入力に対する重みを W_u とする.

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A_1 & B_1 & B_i \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|cc} A & 0 & 0 & 0 & B \\ -B_rC & A_r & 0 & B_r & 0 \\ B_tC & 0 & A_t & 0 & 0 \\ \hline D_tC & 0 & C_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & W_u \\ 0 & W_x & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \tag{28}$$

なお, B_i は不確かさ M_b を含んでいる.

7 LMI 条件を用いたコントローラの導出

一般化制御対象を用いて H∞ 制御における, LMI 条件を以下に示す. ここで, $A_L = A_i(\delta)X + XA_1^T(\delta) + B_i(\delta)Y(\delta) + (B_iY(\delta))^T$ とする.

$$\begin{bmatrix} A_L & (C_1X + D_{12}Y(\delta))^T & B_1 \\ C_1X + D_{12}Y(\delta) & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \tag{29}$$

ここで, この LMI 式に関してポリトープ表現を用いることにより, 不確かさ M_b に対処する. さらに $Y(\delta)$ をス

ケジューリングパラメータとおくことにより, x_{b0} の値を計測する．よって, 状態フィードバックゲインは $K(\delta) = Y(\delta)X^{-1}$ となる．

Sedumi を用いて計算した結果式 (30) のコントローラを得る．

$$K = [206.423 \;\; 3.583 \;\; -420.343 \;\; 1.912] \tag{30}$$

8　シミュレーション・実験結果

シミュレーション結果を図 6, 図 7 に示す．初めは 13[mm] のところで, 平衡状態に保ち, 5 秒後に 7[mm], 再び 15 秒後に 13[mm] とする．y 軸を鋼球位置 [mm], x 軸を時間 [s] とし, 目標値としてステップ入力を与える．　シミュレーション上においてはオーバーシュートもしておらず, 定常偏差もない．よってシミュレーション上では安定していることが確認できる．

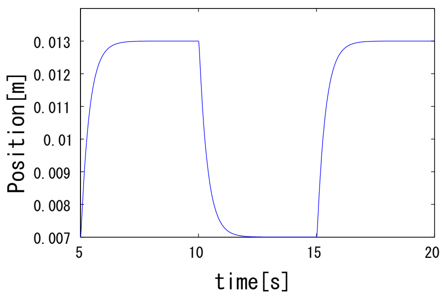

図 6　45g の鋼球を浮上させる際のシミュレーション

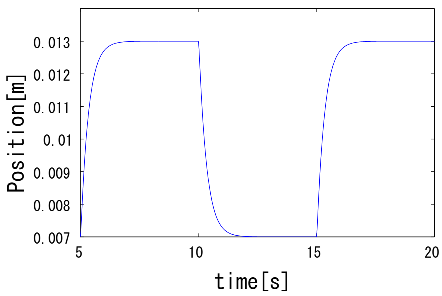

図 7　66g の鋼球を浮上させる際のシミュレーション

実験結果を図 8, 図 9 に示す．初めは 13[mm] のところで, 平衡状態に保ち, 5 秒後に 7[mm], 再び 15 秒後に 13[mm] とする．y 軸を鋼球位置 [mm], x 軸を時間 [s] とし, 目標値としてステップ入力を与える．ここで, ロバスト性を確認するため, 質量が変動した場合の実験を行う．実験結果を以下に示す．　実験結果より, 質量が変動した場合においても同じように, 安定化できていることがわかる．よって, 提案法の有用性を実験とシミュレーションにより確認できた．

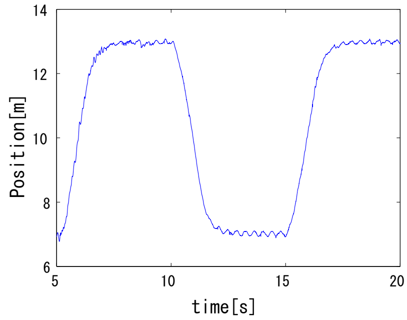

図 8　66g の鋼球を浮上させる実験

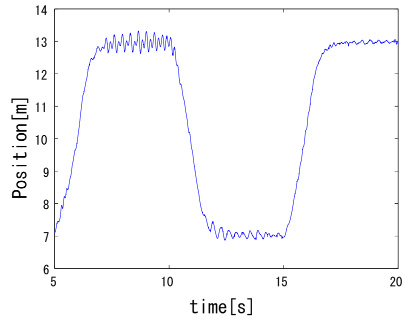

図 9　45g の鋼球を浮上させる実験

9　おわりに

本研究では, 磁気浮上システムにおける 3 つの異なる, 不確かなパラメータに対して, H_∞ 制御, ゲインスケジューリング制御, LMI によるポリトープ表現をそれぞれ適用する設計法を示した．最後に, シミュレーションと実験結果を用いて提案法の有用性を確認した．

参考文献

[1] 松村丈夫, 藤田正之, 清水正直. $Hinfty$ **制御理論を適応したロバストな磁気浮上系**, 電気学会論文誌 D,110 巻 10 号, pp.1051-1057,1990.

[2] 野波健蔵, 賀衛東, 西村秀和 **フレキシブルなガイドウェイとスライダを有する磁気浮上系の $Hinfty$ 制御**, 日本機械学会論文集 (C 編), 60 巻, 572 号, 1994.

[3] 野波健蔵, 王晶文, 山崎章二 $Hinfty$ **制御法を用いた磁気浮上システムのスピルオーバ対策**, 日本機械学会論文集 (C 編), 57 巻, 534 号, 1991.

[4] 宮里義彦 **LPV システムの適応型ゲインスケジューリング $Hinfty$ 制御**, システム制御情報学会論文誌, Vol. 20, No.5, pp.195-204, 2007.

[5] 下村卓, 木口祐一郎, 大久保博志 **保守性を低減したゲインスケジューリング制御系設計**, 計測自動制御学会論文集, Vol. 43, No.10, pp.863-868, 2007.