

オプティカルフローの推定における H^∞ フィルタの利用

— 急激な輝度変化への対処 —

M2013SC015 鷺見智

指導教員：大石泰章

1 はじめに

オプティカルフローとは動画像において、被写体上の特定の一点が移動する速度である。オプティカルフローの推定は、コンピュータビジョンにおける基礎的な問題の一つであり、オプティカルフローを得ることで、動画上における移動物体の検出や、その物体の動作の解析などを行うことができる。例えば、車載カメラから得られたオプティカルフローにより、安全運転を支援するなど、今後ますますオプティカルフローの応用範囲は広がっていくと考えられる。オプティカルフローの推定に関していろいろな方法が提案されている [3]。輝度を座標および時間の関数であると考え、いくつかの近似や仮定を与えることで、オプティカルフローを求めための式が求められる。これをオプティカルフロー方程式というが、現実では近似や仮定が十分に満たされることはなく、その影響は外乱として現れる。瀬部ら [1],[2] はオプティカルフロー方程式を動的モデルとして求め、外乱が正規分布に従うと仮定をし、カルマンフィルタを用いてオプティカルフローの推定を行った。

ところでカルマンフィルタは、外乱および観測雑音の統計的性質が既知の場合に最適な状態推定を与える。しかし、実際のシステムでは必ずしもこれらが正規分布に従うとは限らない。この場合には、正規分布を仮定しない H^∞ フィルタのほうが適していると考えられる。また、非線形システムに対するカルマンフィルタと H^∞ フィルタの性能比較において、 H^∞ フィルタの方が性能が良くするという結果もある [4]。

本研究では、[2] で導出された準稠密推定モデルに H^∞ フィルタを適用し、正規分布を仮定しないでロバストなオプティカルフロー推定を行う。また、オプティカルフローに関するカルマンフィルタでの推定結果と比較しその性能の検証を行う。

2 オプティカルフローとその方程式

本研究では [2] で導出された準稠密推定モデルを用いる。モデルは、以下のように求められる。ある時刻 t における点 (x, y) の輝度を画像関数 $I(x, y, t)$ で表すとすると、画像の変化にともない、対応する点は時刻 $t + \delta t$ で $(x + \delta x, y + \delta y)$ に移動する。この2つの点の輝度が変わらないと仮定すると、

$$I(x, y, t) = I(x + \delta x, y + \delta y, t + \delta t) \quad (1)$$

が成り立ち、右辺をテイラー展開することで次式が得られる：

$$I(x, y, t) = I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} \delta x + \frac{\partial I}{\partial y} \delta y + \frac{\partial I}{\partial t} \delta t + \dots \quad (2)$$

右辺の2次以上の微分項を無視して時間で微分することで次式を得る。

$$I_t = -I_x u - I_y v \quad (3)$$

ここで $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$, $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$, $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$, $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$ である。 $[u \ v]^T$ がオプティカルフローを表している。式 (3) は画像中の一つの画素のオプティカルフローを表している。次に、一枚の画像をいくつかの部分領域に分割し、一つの領域の中のすべての画素に対してオプティカルフローを推定することを考える。領域の幅と高さがそれぞれ M, N (ピクセル) であるとし、状態変数を次のように考える：

$$q(k) = [q_I(k)^T \ q_u(k)^T \ q_v(k)^T]^T. \quad (4)$$

ここで、 $q_I(k), q_u(k), q_v(k)$ はそれぞれ時刻 k における領域中のすべての画素の輝度、すべての画素におけるオプティカルフローの x 成分、すべての画素におけるオプティカルフローの y 成分。すなわち、

$$\begin{aligned} q_I(k) &= [I(1, 1, k) \ I(1, 2, k) \ \dots \ I(M, N, k)]^T, \\ q_u(k) &= [u(1, 1, k) \ u(1, 2, k) \ \dots \ u(M, N, k)]^T, \\ q_v(k) &= [v(1, 1, k) \ v(1, 2, k) \ \dots \ v(M, N, k)]^T. \end{aligned}$$

また、輝度勾配 I_x, I_y に対して $q_{I_x}(k), q_{I_y}(k)$ を同様に定める：

$$\begin{aligned} q_{I_x}(k) &= [I_x(1, 1, k) \ I_x(1, 2, k) \ \dots \ I_x(M, N, k)]^T, \\ q_{I_y}(k) &= [I_y(1, 1, k) \ I_y(1, 2, k) \ \dots \ I_y(M, N, k)]^T. \end{aligned}$$

式 (3) を前進差分近似で離散化すると、

$$\begin{aligned} q_I(k+1) &= q_I(k) - [\text{diag}\{q_u(k)\} \mathcal{M}_x \\ &\quad + \text{diag}\{q_v(k)\} \mathcal{M}_y] q_I(k) \end{aligned} \quad (5)$$

なる式が得られる。ただし $\mathcal{M}_x, \mathcal{M}_y$ は

$$q_{I_x}(k) = \mathcal{M}_x q_I(k), \quad (6)$$

$$q_{I_y}(k) = \mathcal{M}_y q_I(k). \quad (7)$$

となるような空間差分演算子であり、具体的な計算は次の通りである：

$$I_x(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} \{-3I(x, y) + 4I(x+1, y) - I(x+2, y)\} & (x=1), \\ \frac{1}{2} \{I(x+1, y) - I(x-1, y)\} & (1 < x < M), \\ \frac{1}{2} \{3I(x, y) - 4I(x-1, y) + I(x-2, y)\} & (x=M). \end{cases} \quad (8)$$

$I_y(x, y)$ についても (8) 式と同様に求めることができる。

	x →			
	$I(1,1)$ $u(1,1)v(1,1)$	$I(2,1)$	$I(3,1)$ $u(3,1)v(3,1)$	$I(4,1)$...
	$I(1,2)$	$I(2,2)$	$I(3,2)$	$I(4,2)$...
	$I(1,3)$ $u(1,3)v(1,3)$	$I(2,3)$	$I(3,3)$ $u(3,3)v(3,3)$	$I(4,3)$...
	$I(1,4)$	$I(2,4)$	$I(3,4)$	$I(4,4)$...
y ↓	⋮	⋮	⋮	⋮

図1 オプティカルフローの間引き

次に可観測性を持たせるため、推定する状態の数を減らす。図1のように u, v に関して偶数ピクセルの状態を間引いたものを新しい状態変数とし次のように書く:

$$\begin{aligned}\tilde{q}_u(k) &= [u(1,1,k) \ u(1,3,k) \ \cdots \ u(M,N,k)]^T, \\ \tilde{q}_v(k) &= [v(1,1,k) \ v(1,3,k) \ \cdots \ v(M,N,k)]^T.\end{aligned}$$

間引かれた状態 $\tilde{q}_u(k), \tilde{q}_v(k)$ を $q_u(k), q_v(k)$ に戻す演算子を考える。

$$q_u = \mathcal{M}_u \tilde{q}_u, \quad (9)$$

$$q_v = \mathcal{M}_v \tilde{q}_v. \quad (10)$$

具体的な計算は次の通りである:

$$u(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{2}\{u(x+1,y) + u(x-1,y)\} & (x:\text{偶数}, y:\text{奇数}), \\ \frac{1}{2}\{u(x,y+1) + u(x,y-1)\} & (x:\text{奇数}, y:\text{偶数}), \\ \frac{1}{4}\{u(x-1,y-1) + u(x-1,y+1) \\ \quad + u(x+1,y-1) + u(x+1,y+1)\} & (x:\text{偶数}, y:\text{偶数}). \end{cases} \quad (11)$$

$v(x,y)$ についても式(11)と同様に求めることができる。式(9), (10)より、式(5)は次のようになる:

$$\begin{aligned}f(q(k)) = q_I(k+1) &= q_I(k) - [\text{diag}\{\mathcal{M}_u \tilde{q}_u(k)\} \mathcal{M}_x \\ &\quad + \text{diag}\{\mathcal{M}_v \tilde{q}_v(k)\} \mathcal{M}_y] q_I(k).\end{aligned} \quad (12)$$

ここで状態変数を改めて $q(k) = [q_I(k)^T \ \tilde{q}_u(k)^T \ \tilde{q}_v(k)^T]^T$ としている。

3 H^∞ フィルタ

3.1 推定モデル

式(12)の状態 q_I と未知パラメータ \tilde{q}_u, \tilde{q}_v の同時推定問題を考える。ノイズを考慮すると次のような推定モデルが導出される:

$$\begin{bmatrix} q_I(k+1) \\ \tilde{q}_u(k+1) \\ \tilde{q}_v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(q(k)) \\ \tilde{q}_u(k) \\ \tilde{q}_v(k) \end{bmatrix} + \eta(k), \quad (13)$$

$$z(k) = Hq(k) + \zeta(k), \quad (14)$$

$$\psi(k) = Lq(k). \quad (15)$$

ここで $\eta(k), \zeta(k)$ はそれぞれ状態雑音、観測雑音である。式(14)は観測方程式であり、各画素の輝度だ

けが観測できることを表している。すなわち、 $H = [E_{MN \times MN} \ O_{MN \times \frac{MN}{2}}]$ である。 E, O は単位行列と零行列を意味しており、添え字は行と列の数を表す。 $\psi(k)$ は H^∞ フィルタで用いる被推定量であり、 L は適当な定数行列である。式(13)は非線形であるため、次のように線形近似を行う:

$$\begin{aligned}F(k) &= \frac{\partial f(q(k))}{\partial q} \\ &= \begin{bmatrix} E + N(q(k)) & J_u(q(k)) & J_v(q(k)) \\ O & E & O \\ O & O & E \end{bmatrix}.\end{aligned} \quad (16)$$

ただし、

$$\begin{aligned}N(q(k)) &= -[\text{diag}\{\mathcal{M}_u \tilde{q}_u(k)\} \mathcal{M}_x \\ &\quad + \text{diag}\{\mathcal{M}_v \tilde{q}_v(k)\} \mathcal{M}_y],\end{aligned} \quad (17)$$

$$J_u(q(k)) = -\text{diag}\{\mathcal{M}_x \tilde{q}_I(k)\} \mathcal{M}_u, \quad (18)$$

$$J_v(q(k)) = -[\text{diag}\{\mathcal{M}_y \tilde{q}_I(k)\} \mathcal{M}_v. \quad (19)$$

3.2 H^∞ フィルタの設定

式(13)のシステムが時間区間 $k \in [0, N]$ で定義されているものとし、雑音 $\eta(k), \zeta(k)$ が有界な確定的な信号とする。 $\psi(k)$ の推定値 $\hat{\psi}(k)$ の推定誤差を小さくすることを考え、次のような問題を考える:

$$\sup_{\eta, \zeta} \frac{\sum_{k=0}^N \|\psi(k) - \hat{\psi}(k)\|^2}{\sum_{k=0}^N \eta(k)^T Q^{-1} \eta(k) + \sum_{k=0}^N \zeta(k)^T R^{-1} \zeta(k) + q_0^T P_0^{-1} q_0} < \gamma. \quad (20)$$

Q, R , および P_0 は外乱及び、初期値誤差に対する重み行列である。外乱エネルギーと推定誤差エネルギーの比の最大値が所望の値 γ 以下にすることを目標とするフィルタが H^∞ フィルタである。オプティカルフローの推定では、確定的な外乱光を受けた場合、輝度の真値と輝度の推定値の推定誤差が大きくなると考え、被推定量を輝度 q_I とする。すなわち $L = [E_{MN \times MN} \ O_{MN \times \frac{MN}{2}}]$ とする。 H^∞ フィルタのアルゴリズムの一つは以下のように与えられる [5][6]。ここで記号の後の $(k+1|k)$, $(k+1|k+1)$ はそれぞれその値が時刻 $k+1$ における事前推定および事後推定値であることを表わす。予想ステップ:

$$\hat{q}(k+1|k) = f(\hat{q}(k|k)), \quad (21)$$

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(q)}{\partial q} \right|_{q=\hat{q}(k|k)}, \quad (22)$$

$$P(k+1|k) = F(k)P(k|k)F(k)^T + \gamma^2 Q. \quad (23)$$

フィルタリングステップ:

$$\begin{aligned}\hat{q}(k+1|k+1) &= \hat{q}(k+1|k) + K(k)(z(k+1) \\ &\quad - H\hat{q}(k+1|k)),\end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned}P^{-1}(k+1|k+1) &= P(k+1|k) + \gamma^{-2} H^T R^{-1} H \\ &\quad - L^T L,\end{aligned} \quad (25)$$

$$K(k+1) = (P^{-1}(k+1|k) + H^T H)^{-1} H^T. \quad (26)$$

4 単純な動画像による実験

4.1 外乱なしの場合

H^∞ フィルタの性能と拡張カルマンフィルタを使った従来法の性能とを比較するため、図2で示すアニメーション画像に対してオプティカルフローの推定を行う。図2は輝度が右方向に1フレームあたり1画素の速度で進む画像である。入力画像のうち $50 \leq x \leq 65$, $50 \leq y \leq 65$ の部分領域におけるオプティカルフローの推定を行った。提案法、従来法ともに同じパラメータ Q, R, P_0 を用い、比較をする。用いたパラメータは次の通りである：

$$Q = \begin{bmatrix} Q_I & O & O \\ O & Q_u & O \\ O & O & Q_v \end{bmatrix},$$

$$Q_I = E_{225} \times 5.0, Q_u = Q_v = E_{49} \times 2.0 \times 10^{-2},$$

$$R = 10^2,$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_{I0} & O & O \\ O & P_{u0} & O \\ O & O & P_{v0} \end{bmatrix},$$

$$P_{I0} = E_{225} \times 1.0, P_{u0} = P_{v0} = E_{49} \times 1.0 \times 10^3.$$

画像座標 (57, 57) における推定結果を図3に示す。オプティカルフローの x 成分である u の推定値は両手法ともに1に収束しており、同じく y 成分である v の推定値は両手法共に零に近づいている。また、推定誤差の計算は次式に基づいて行う。

$$\text{推定誤差} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^N (\text{真値} - \text{推定値})^2}{N}}$$

ここで、 N は画像中のフレーム数である。

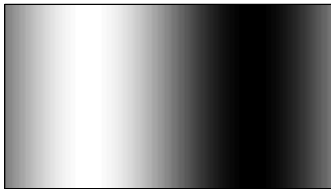


図2 入力するアニメーション画像

図3から、両手法共にオプティカルフローが x 方向に1フレームあたり1画素の速度であると推定している。両手法を比べると、 H^∞ フィルタのほうが早く収束することが分かる。表1より、オプティカルフローの真値との推定誤差もわずかではあるが H^∞ フィルタを用いたほうが小さくなっている。一方輝度 I の推定誤差は H^∞ フィルタのほうが明らかに小さいが、これは被推定量を輝度を選び、輝度の推定誤差を小さくするように H^∞ フィルタを設計したためである。

	u	v	I
H^∞ フィルタ	0.05	1.72×10^{-14}	5.67×10^{-6}
カルマンフィルタ	0.09	6.85×10^{-14}	0.92

表1 平均推定誤差 (外乱なしの場合)

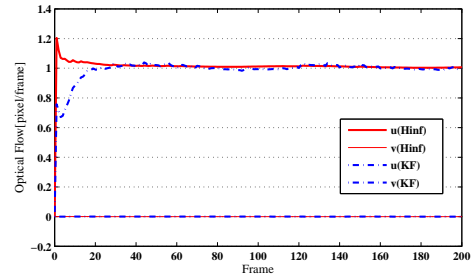


図3 オプティカルフロー (外乱なしの場合)

4.2 確定的な輝度外乱を加えた場合

次に時刻 $k = 100$ において画像全体の輝度を $1/10$ にするような確定的な外乱を与えた場合における、 H^∞ フィルタとカルマンフィルタの性能を比較した。パラメータ並びに推定する画像座標は4.1節と同じである。この時の結果を図4と表2にまとめた。確定的な外乱を与えると、 H^∞ フィルタが示すオプティカルフローは少し誤差を生じるものの真値に近い値を推定していることがわかる。一方カルマンフィルタでは、外乱が入ると同時に大きな誤差が発生している。確定的な輝度外乱が入る場合、 H^∞ フィルタを用いたほうが良い結果が得られることが確認できた。表2の平均推定誤差を表1と比べると、カルマンフィルタの輝度の平均推定誤差が表1よりも大きくなっていることがわかる。

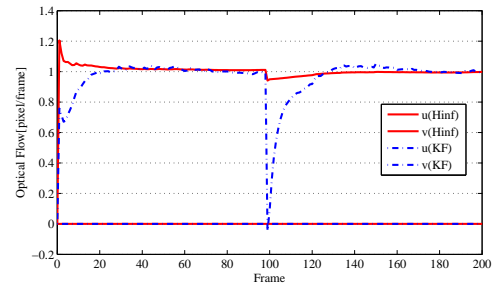


図4 オプティカルフロー (外乱を加えた場合)

	u	v	I
H^∞ フィルタ	0.06	3.74×10^{-13}	1.29×10^{-4}
カルマンフィルタ	0.19	1.54×10^{-11}	2.97

表2 平均推定誤差 (外乱を加えた場合)

4.3 計算時間

今回用いた両手法の計算時間を様々な大きさの領域について求めたものを図5に示す。領域が大きくなるほど計算時間が大きくなることがわかる。 H^∞ フィルタの計算時間はカルマンフィルタと比べて2倍以上の時間が必要であることがわかる。実際の動画像処理においてはあまり長い時間がかけれないため、 H^∞ フィルタではカルマンフィルタより小さい推定領域を使う必要がある。

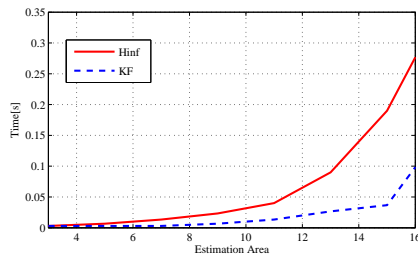


図5 推定領域ごとの計算時間

5 実画像による実験

車載カメラは一般的なもので単位時間あたり5~30フレーム処理する。ここでは1秒間に15フレーム処理すると想定する。図5を参考に H^∞ フィルタの推定領域を 11×11 、カルマンフィルタの推定領域を 15×15 とする。使用する画像は <http://vision.middlebury.edu/flow/> に用意されている、Yosemite(図6)を用いる。図7はオプティカルフローの真値を表しており、図8は動きの方向を表すカラーコードである。例えば、注目する対象が右に動く場合赤で表し、左に動く場合は青で表す。 H^∞ フィルタで推定したオプティカルフローを図9に、カルマンフィルタで推定したオプティカルフローを図10に示す。

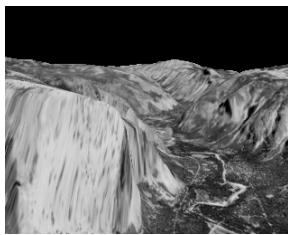


図6 入力画像 ($k = 1$)

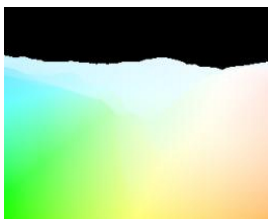


図7 フローの真値

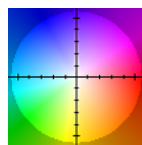


図8 カラーコード

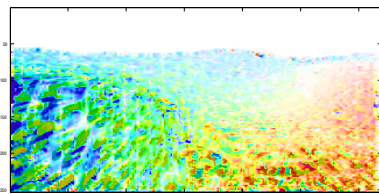


図9 H^∞ フィルタによるオプティカルフロー ($k = 5$)

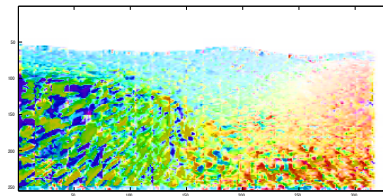


図10 カルマンフィルタによるオプティカルフロー ($k = 5$)

H^∞ フィルタ、カルマンフィルタともに真値に近いオプティカルフローが推定できていることがわかる。斑模様のようにになっているのは、推定領域の端の推定精度が悪いことが原因と考えられる。この問題については推定領域の端を取り除くなどの工夫により、解決ができると考えている。

6 おわりに

本研究では瀬部 [2] らが導出したオプティカルフローの動的モデルに H^∞ フィルタを適用し、カルマンフィルタを使う従来法との比較を行った。単純な動画像に適用した場合、確定的な外乱が入ったとしても、真値に近いオプティカルフローを推定することができ、従来法よりも優れていることを確認した。また、実画像にも適用して、オプティカルフローの推定ができることをカラーコードを使って視覚的に確認した。このことを数値的に確認するのは今後の課題である。また、確定的な外乱が入る実画像に適用することも今後の課題である。

参考文献

- [1] 瀬部昇, 延山英沢, 榎田修一, “動的システム理論的アプローチによる動画像中のオプティカルフロー推定法,” 第38回制御理論シンポジウム予稿集, pp. 357–362, 2009.
- [2] T. Fukumi, S. Enokida, N. Sebe and E. Nobuyama, “Quasi-Dense Optical Flow Estimation Based on Dynamical System Models,” Proceedings of the SICE Annual Conference 2011, pp. 802–811, 2011.
- [3] B. K. P. Horn and B. G. Schunk, “Determining Optical Flow,” Artificial Intelligence, vol. 17, pp. 185–203, 1981.
- [4] 増田基, 山田憲一, 伊藤敏夫, “ H^∞ ノルムを用いた道路形状, 車両状態の推定手法,” システム制御情報学会論文誌, vol. 17, no. 11, pp. 469–478, 2004.
- [5] 鷹羽浄嗣, 片山徹, “線形離散時間系に対するミニマックス推定問題,” システム制御情報学会論文誌, vol. 7, no. 8, pp. 322–331, 1994.
- [6] 藤田政之, 丸山章, 川端昭弘, 内田健康, “離散時間 H^∞ フィルタアルゴリズムとそのビジュアルトラッキングへの応用,” 計測自動制御学会論文集, vol. 31, no. 8, pp. 1047–1053, 1995.