

# モータの制御のための Fictitious Reference Iterative Tuning のオンライン化

M2014SC004 市川順也

指導教員：大石泰章

## 1 はじめに

長期間にわたり連続的に稼動することを前提とした機械において問題視されるのが、経年変化である。システムの動特性が時間とともに変化するとき、その制御のために当初定めていたゲインでは、本来の応答を得られない場合がある。その際に、変化したシステムのモデル化を行わずに、実験データに基づいて適切なゲインを得られるとよい。しかし、ゲインの再チューニングにおいて、試行錯誤による方法では、時間やコストがかかりすぎるという問題があり、そもそも、無作為に選んだゲインによる運転には危険を伴う場合もある。このような背景から、実験データに基づいて所望の応答を達成する系統的なゲインの調整法への需要が考えられる。さらに、その調整がオンラインで行われるとなおよい。

実験データに基づくゲイン調整法として、Fictitious Reference Iterative Tuning (FRIT) [1, 2, 3] が注目されている。FRIT では、モデルを必要とせず、1 回の実験データに基づく最適化問題を解くことで、目標応答を達成するゲインを求められることが知られている。その際に制御器の構造がすでに決まっている必要があるが、産業界では、PID 制御が広く使われているため、実用性においても FRIT は有効であるように思われる。ただし、標準的な FRIT ではオフラインを前提にしているため、オンライン化を行う必要がある。同様の試みは、文献 [4, 5] でも行われているが、本研究ではより標準的な FRIT に忠実な形でオンライン化を行う。

以下では、DC モータの角度制御において、FRIT を用いたオンライン PID ゲイン調整によって経年変化への対処を行う。

## 2 FRIT による PID ゲインチューニング

本研究では、FRIT を用いて所望の応答を達成するゲインをオンラインで調整することを考える。以下では、FRIT の概要を述べる [1]。

FRIT とは、制御器の構造がすでに決まっており、パラメータの調整によって最終的な制御性能が決まるような場合に有効な方法である。ここでは特に PID ゲインの決定までの概要を示す。

まず、図 1 のような閉ループ系を考える。システム  $G$  は動特性が未知の制御対象であり、1 入力 1 出力系である。また、 $C(\rho)$  は PID 構造を持つ制御器

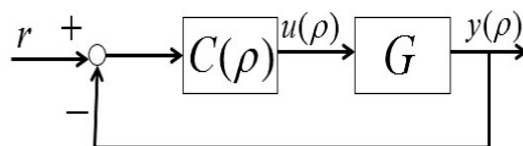


図 1 ブロック線図

であり、

$$C(\rho) = a_1 + a_2 s + a_3 \frac{1}{s}, \quad (1)$$

$$\rho = (a_1 \ a_2 \ a_3) \quad (2)$$

とする。ここで、システム  $G$  の入出力は、パラメータ  $\rho$  に依存した関数とみなせるので、 $u(\rho)$ 、 $y(\rho)$  と書く。また、 $r$  は参照入力である。制御器  $C(\rho)$  を用いたとき、この閉ループ伝達関数は、

$$T(\rho) = \frac{GC(\rho)}{1 + GC(\rho)} \quad (3)$$

のように書ける。

次に、理想的な閉ループ伝達関数  $T_d$  を定め、これに参照信号  $r$  を与えたときの出力を  $y_d := T_d r$  と表す。ここで、1 回の実験のみで最適化計算が完結するような評価関数を考える。

まず、図 1 の閉ループ系が安定化される初期パラメータ  $\rho_{ini}$  が既知であり、この初期パラメータを使ったときの入力  $u(\rho_{ini})$  と出力  $y(\rho_{ini})$  をそれぞれ  $u_{ini}$ 、 $y_{ini}$  とかく。ここで、

$$q(\rho) := C(\rho)^{-1} u_{ini} + y_{ini} \quad (4)$$

を定義する。さらに、評価関数として

$$J(\rho) = \|y_{ini} - T_d q(\rho)\|^2 \quad (5)$$

を考えると、式 (5) を最小化することで得られるパラメータ  $\rho$  を最適解とし、この  $\rho$  によって構成される制御器  $C(\rho)$  を実装する。

以下でその理由を述べる。まず、あるパラメータ  $\rho$  に対して、 $T(\rho)q(\rho)$  を考える。自明な入出力関係  $y_{ini} = G u_{ini}$ 、および式 (3)、(4) を用いて計算すると、

$$\begin{aligned}
T(\rho)q(\rho) &= \frac{GC(\rho)}{1+GC(\rho)}(C(\rho)^{-1}u_{\text{ini}} + y_{\text{ini}}) \\
&= Gu_{\text{ini}} \\
&= y_{\text{ini}}
\end{aligned} \tag{6}$$

となることが分かる。つまり、任意の  $\rho$  に対して、式 (6) が成り立ち、式 (5) は

$$J(\rho) = \|T(\rho)q(\rho) - T_dq(\rho)\|^2$$

と書ける。よって式 (5) の最小化は適当である。

### 3 FRIT のオンライン化

上記で述べたように、標準的な FRIT ではオフラインで最適化問題を解き、最適な PID ゲインを求めることを仮定している。

本研究では、FRIT のオンライン化することを考え、入出力データセットの更新と、忘却を逐次行う。また、目標応答と実際の応答の誤差を適宜評価して、ゲインの再チューニングが必要と判断した際に、入出力データセットに対して FRIT を適用した。

具体的には FRIT のオンライン化を行うために、下記のアプローチを用いる。

0. 初期入出力データセット  $u_{\text{ini}}$ ,  $y_{\text{ini}}$  に基づいて、ゲイン  $C(\rho)$  を求める。
1. ゲイン  $C(\rho)$  を使って、新しい入出力データを得る。
2. 得たデータ数と同じ数のデータを古いものから忘却し、データセットを更新する。
3. 1 で得たデータと目標応答との誤差を計算し、許容範囲を超えている場合 FRIT を適用し、新たなゲイン  $C(\rho)$  を得る。
4. 1 に戻る。

### 4 制御対象

今回扱う制御対象は Quanser 社の DC モータ (図 2) である。これは、付属のソフトウェアである QICii により、PC 上から直接マイコンに命令を送れ、リアルタイムで DC モータへ与える入力電圧を制御できる。また、センサでモータの角度、角速度を観測でき、PC 上で処理することで PID 制御を行える。

#### 4.1 モデリング

本研究で扱うモデル概要図を図 3 に示す。また、各種パラメータの内容を表 1 に示す。入力として加える電圧を  $v(t)$ 、モータの角度を  $\theta(t)$ 、角速度  $\dot{\theta}(t)$  を  $\omega(t)$  とかく。

このとき、入力電圧  $v(t)$  と角速度  $\omega(t)$  の関係は次の微分方程式で表される：

$$v(t) = \frac{JR}{K_T}\dot{\omega}(t) + K_e\omega(t). \tag{7}$$



図 2 DC モータ

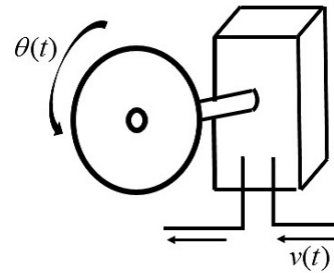


図 3 DC モータのモデル図

ここで、 $K = \frac{1}{K_e}$ ,  $\tau = \frac{JR}{K_e K_T}$  とおくと、 $v(t)$  から  $\omega(t)$  までの伝達関数を  $\frac{K}{\tau s + 1}$  と書くことができる。付属のソフトウェアである QICii を用いることで、この  $K$  と  $\tau$  の同定を行うことができる。具体的な同定の方法は、DC モータに 2[V] と -2[V] の 2 つの電圧を交互に入力し、観測したモータの角速度と現在の  $K$  と  $\tau$  の値を使ってシミュレーションした角速度を比較する。それらを一致させるように  $K$  と  $\tau$  の値を更新する。その際に得られたグラフを図 4 に示す。

図 4 における縦軸は角速度  $\omega(t)$ 、横軸は時刻  $t$  である。また、青の線がシミュレーションで得た角速度であり、赤の線が実機実験で得た角速度である。このときのシミュレーションでは、 $K = 18.1$ ,  $\tau = 0.082$  とした。図 4 から分かる通り、実機とモデルの角速度が近いので、上記の値を採用する。このとき、入力電圧  $v(t)$  から角速度  $\omega(t)$  までの伝達関数は

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{18.1}{0.082s + 1} \tag{8}$$

表 1 DC モータのパラメータ

パラメータ	名称	単位
$J$	慣性モーメント	kgm <sup>2</sup>
$R$	モータの抵抗	$\Omega$
$K_T$	トルク定数	Nm/A
$K_e$	逆起電力定数	Vs/rad

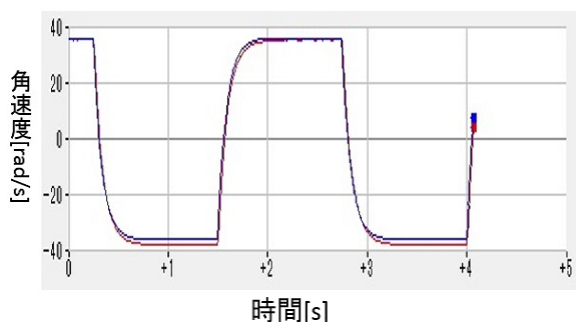


図 4 システム同定におけるモータ角速度の測定値 (赤線) とシミュレーション値 (青線) の比較

である。さらに、両辺に  $1/s$  をかけることで得られる

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{18.1}{0.082s^2 + s} \quad (9)$$

を入力電圧  $v(t)$  から角度  $\theta(t)$  の伝達関数とする。

## 5 実験結果

第 3 節で得たオンライン PID ゲイン調整法を使って、DC モータの経年変化への対処を考える。経年変化によるシステムの動特性の変化として、時定数  $\tau$  を 0.05 から 0.1 まで、1000[s] 間かけて変化させることを考える。これは、経年変化によってシステムの応答が鈍ってしまう状況を想定している。それ以外のパラメータは式 (9) に則した。なお、目標応答伝達関数は

$$T_d = \frac{100}{s^2 + 14s + 100}$$

と定めた。以下にその応答を示す。

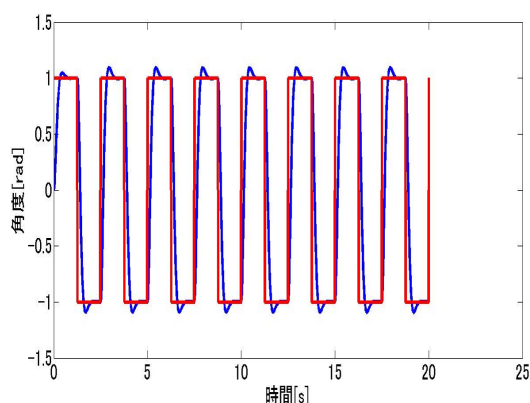


図 5 目標応答

参照信号は周期 2.5[s] の方形波であり、8 周期分の入出力データセットを保持するものとする。第 3 節のアルゴリズムに従い、1 周期ごとにデータを更新、忘却する。そこで、新たに得た応答と目標応答の 1

周期分における絶対積分値が 10[rad·s] 以上である場合、FRIT を用いて、ゲイン  $C(\rho)$  を再チューニングを行った。また実際に実験を行う前に、予備実験として、任意に初期パラメータ  $\rho_{ini}$  を決め、8 周期分の入出力データセットを入手し、FRIT を適用してゲイン  $C(\rho)$  を得た。

以下にその結果を示す。

### 5.1 経年変化による応答の変化

まず、提案法を用いずにゲインを一定としてシミュレーションを行った。以下にそのとき得られた結果を示す。なお、ここでは予備実験によって得られたゲイン  $C(\rho)$  を実装している。

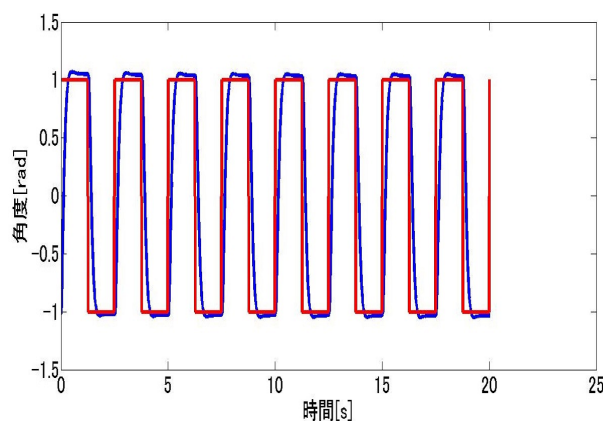


図 6 シミュレーション開始時の応答

図 6 は、シミュレーション開始時である 0[s] から 20[s] の応答である。横軸は時間 [s]、縦軸は DC モータの角度を表している。また、青の線はシミュレーション結果、赤の線は参照信号である。ただし、参照信号として零を中心とする振幅 1[rad]、周波数 0.4[Hz] の方形波を与えた。

図 6 から分かる通り、オーバーシュートの大きさが十分小さく、素早く収束している。これは、シミュレーション開始時は時定数  $\tau$  の値の変化が予備実験時と比べて少ないため、用いたゲイン  $C(\rho)$  で十分な性能を得られたからである。

図 7 は、シミュレーションを 1000[s] まで行った後の応答を示している。横軸は時間 [s]、縦軸は DC モータの角度を表している。また、青の線はシミュレーション結果、赤の線は参照入力である。

図 7 から分かる通り、オーバーシュートが大きく、収束が遅れている。これは、予備実験時と比べて、経年変化によって時定数  $\tau$  の値が大きくなってしまい、得られたゲイン  $C(\rho)$  では許容できない程にシステムの動特性が変化したためである。

### 5.2 FRIT の定期適用

ここでは、提案法のように必要に応じて FRIT を適用するのではなく、1 周期ごとに FRIT を定期適

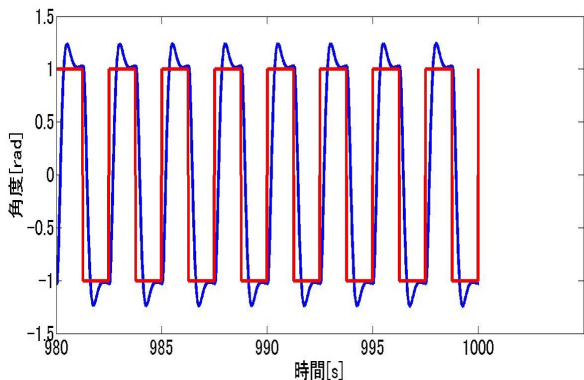


図 7 シミュレーション終了時の応答

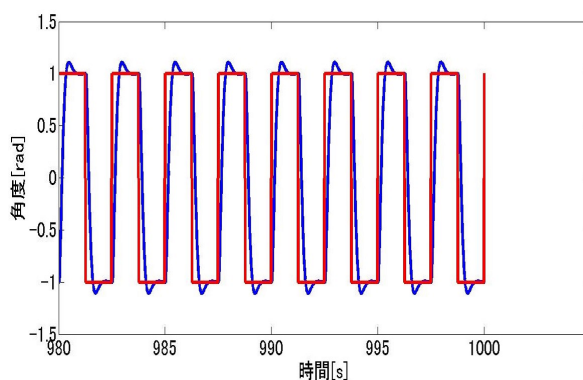


図 9 提案法を実装した際のシミュレーション結果

用することを考える。図 8 はそのとき得られた応答である。

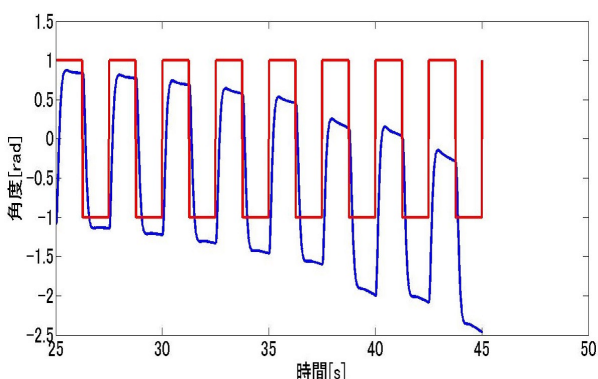


図 8 応答が発散する様子

図 8 はシミュレーション開始時から 25[s] 後の応答である。また、赤の線が参照信号であり、青の線がシミュレーションの値である。図 8 から分かりますとおり、シミュレーションの初期段階において応答が発散している。

これは、保持している入出力データセット中に、いくつかのゲイン  $C(\rho)$  によって得られた入出力データが混合しているためだと考える。

### 5.3 提案法のシミュレーション結果

提案法のアルゴリズムを実装した際の、シミュレーション終了時の応答を図 9 に示す。横軸は時間 [s]、縦軸は DC モータの角度 [rad] を表している。また、青の線はシミュレーション結果、赤の線は参照信号である。

図 9 から分かりますとおり、オーバーシュートの大きさが十分小さく、素早く収束している。これは、ゲインの再チューニングにより、システムの動特性の変化に対応したためと思われる。よって、DC モータの経年変化に対して、提案法は有効であると考えられる。

## 6 おわりに

本研究では、システムの経年変化に対応するために、FRIT のオンライン化を行い、その具体的なアルゴリズムを求めた。また、そのアルゴリズムを用いて、DC モータの角度制御における PID ゲインのオンライン更新を行い、実用性の確認をした。しかし、本研究では、経年変化として、時間に対して一定な変化を見せるような単純なものを想定しており、現実の経年変化に対応できるかどうか不明である。

今後の課題として、経年変化のモデル化を再検討し、より現実的な経年変化に対しても本研究の方法が有効か確認を行うことがあげられる。また、本研究の方法では、安定性について考慮されていないため、安定性解析を行う必要がある。

## 参考文献

- [1] 金子修: データ駆動型制御器チューニング—FRIT アプローチ—, 計測と制御, Vol. 52, No. 10, 2013.
- [2] 田坂ら: 閉ループデータに基づく直接的 PID 調整とその不安定プロセスへの適用, システム制御情報学会論文誌, Vol. 22, No. 4, pp. 137–144, 2009.
- [3] 加納学: 運転データを用いる直接的 PID 制御パラメータ調整—拡張型 FRIT 法 (E-FRIT) の実用化—, [http://manabukano.brilliant-future.net/research/report/Report2009\\_EFRIT.pdf](http://manabukano.brilliant-future.net/research/report/Report2009_EFRIT.pdf).
- [4] 増田士朗: 直接的制御器調整法のオンライン化によるモデル規範型適応制御, 計測と制御, Vol. 52, No. 10, 2013.
- [5] Shiro Masuda: On the Stability Analysis for Model Reference Adaptive Control Based on On-line FRIT Approaches, SICE Annual Conference 2013, September 14–17, 2013.